

多项式拟合平面直角坐标转换软件设计与实现

Software Design and Realization for Plane Vertical Coordinate Conversion Based on Polynomial Fitting Model

贺永成

Yongcheng He

陕西省一八五煤田地质有限公司 中国·陕西 榆林 719000

Shaanxi Province 185th Coal Field Geology Co., Ltd., Yulin, Shaanxi, 719000, China

摘要: 由于地球是一个椭球体, 各国所使用的坐标系都不相同, 而且由于中国幅员辽阔, 许多地方还建立了独立坐标系, 在坐标转换时给我们带来了十分繁重的工作量, 因而进行不同平面直角坐标间的转换是十分有意的事情。论文采用多项式拟合模型, 运用间接平差原理进行数据的处理, 在 MFC 平台下用 C 语言编写了平面直角坐标转换软件, 经过严格的软件测试, 达到了规范要求的精度要求, 实现了任意平面直角坐标系间快速批量转换。

Abstract: Because earth is an ellipsoid, the coordinate systems used by the countries are not the same, besides, China is a very big country, a lot of cities establish their independent coordinate system. Coordinate conversion has brought us a very heavy workload, and thus the plane rectangular coordinate conversion is an important work. In this paper, polynomial fitting model is used and the principle of indirect adjustment is used to data processing. The plane rectangular coordinate conversion software written in C achieves the accuracy requirements of the specification requirements and makes plane rectangular coordinate system fast conversion come true.

关键词: 多项式拟合; 平面直角坐标转换; 间接平差; 软件测试; 内符合精度; 外符合精度

Keywords: polynomial fitting; plane rectangular coordinate conversion; indirect adjustment; software testing; inner precision; external precision

DOI: 10.12346/se.v4i3.6774

1 引言

在实际测量工作中, 所采集到的数据一般都是在不同坐标系下得到的, 在内业处理数据的时候, 要把他们转换到同一个坐标系下, 然后方可进行平差等内业工作, 这就需要平面直角坐标系间的转化。这种转化模型不仅使得内业处理时有条不紊, 保证精度的可靠性, 而且有利于地形图的拼接, 抵偿了各种系统误差和投影变形带来的影响^[1]。

2 多项式拟合间接平差模型

2.1 完全二次多项式拟合

通常采用较多的模型是完全二次多项式模型, 下面就以完全二次多项式模型为例来推导平差过程。

完全二次多项式拟合也叫做六参数法, 它的模型中共有六个参数, 其模型如下:

$$f(x_i, y_i) = a_0 + a_1x_i + a_2y_i + a_3x_i^2 + a_4x_iy_i + ay_i^2 \quad (1)$$

其中, a_i ($i=0, 1, 2, 3, 4, 5$) 为未知参数, 此要求公共点至少六个。

2.2 多项式平面坐标转换间接平差模型

下面我们以二次多项式拟合平面直角坐标转换间接平差为例, 说明平面直角坐标转换间接平差模型是如何形成以及解算的。

采用二次多项式拟合模型来进行平面直角坐标系的转换, 其函数模型为

【作者简介】贺永成(1990-), 男, 中国陕西榆林人, 本科, 工程师, 从事矿山测量、工程测量、变形监测等研究。

$$\xi_i = f(x_i, y_i) + V_i \quad (2)$$

式中, ξ 为目标坐标系下的坐标, $f(x_i, y_i)$ 为模拟曲面的函数, V_i 为误差。可以写成:

$$V = f(x, y) - \xi \quad (3)$$

其中:

$$f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2$$

若有 n 个点, 则一次多项式可以得到下面的矩阵形式:

$$V = AX - \xi \quad (4)$$

式中,

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \dots \\ \xi_n \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} \quad V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \dots \\ v_n \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & xy & y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & xy & y_2^2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & xy & y_3^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & xy & y_n^2 \end{pmatrix}$$

根据间接平差原理解得参数的解为:

$$\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (5)$$

3 软件算法设计

3.1 误差方程生成的算法

生成误差方程式 $V = B\hat{X} - L$ 最重要的就是系数矩阵 B 和自由项 L 的生成, 以完全二次多项式拟合生成误差方程为例, 在读入已知数据时把原坐标系下的 x, y 值存入二维数组 A 中, 把目标坐标系下的 x', y' 存入矩阵 L_1, L_2 中, 然后定义一个二维数组 B , 把第一列全部赋值为 1, 把矩阵 A 的第一列赋值给矩阵 B 的第二列, 把矩阵 A 的第二列赋值给矩阵 B 的第三列, 矩阵 A 第一列的平方赋给矩阵 B 的第四列, 矩阵 B 第二列的平方赋给矩阵第五列, 矩阵 A 第一列乘以第二列赋给矩阵 B 的最后一列, 这样误差方程的系数矩阵就生成了。误差方程式的自由项 L 就直接用读入的 L_1, L_2 [2]。误差方程式的参数矩阵由二次拟合多项式的系数构成。这样用 C 语言语句做一个循环, 我们所需要的误差方程式就自动生成了。

但是由于多项式拟合的次数越高出现病态的可能性就越大, 在构造二次多项式拟合系数矩阵时, 如果按照上述方法, 经验证, 出现了严重的病态性, 内符合精度高达 510m, 所以为了消除病态性, 在生成系数矩阵时, 做了类似中心化的

处理, 把 X 和 Y 值都减去一个常数, 处理之后就有效的解决了多项式拟合的病态性问题。

3.2 法方程生成的算法

用多项式拟合模型做平面直角坐标转换, 列立法方程时我们假设其权为单位权, 故只需要求法方程系数矩阵 N 和法方程自由项 U , 求 N 的算法是先对之前求出的误差方程式矩阵 B 进行转置, 然后在和 B 进行相乘得到 N , 用转置之后的 B 和误差方程式 L 相乘得到 U 。则我们就可以得到法方程式:

$$N = B^T B, W = B^T L \quad (6)$$

求解法方程: 根据 $\hat{X} = N^{-1}U$, 解算出多项式拟合的系数。

4 程序设计

4.1 数据结构设计

转换参数数据文件设计见图 1。

```

XY
13
G01 4372839.701 554857.477
G02 4386416.602 547389.127
G03 4381186.966 557890.033
G04 4391999.733 556915.179
    
```

图 1 转换参数数据格式

对拟合数据结构做如下说明:

①第一行内容为关键字, 用来检验所打开数据文件是否正确, 定义一个字符串数组 $ch1[15]$, 读入第一行然后赋给数组 $ch1$, 用 $strcmp$ 验证所打开文件是否正确 [3]。

②第二行内容为总点数 m 。

③根据软件界面输入的公共点数 m_n , 前 m_n 行, 赋给二维数组 $XX[15][2]$, 这个数组用来构成误差方程式的系数矩阵。第 m 至 $m+m_n$ 行需要用两个数组 $x[15]$ 和 $y[15]$ 存放, 用来构成误差方程式的自由项。剩下的 $m-m_n$ 个点用作检核数据, 计算外符合精度。存放在两个一维数组中即可。

④用数组 $dm[30]$ 来存放读入的点号名称。

4.2 程序框架设计

4.2.1 编辑对话框

工程建立后, 在编辑区会有一个对话框界面, 在对框框上添加所需控件如图 2 所示。

4.2.2 添加成员变量

对话框的控件添加完毕后, 使用类向导 $ClassWizard$ 为控件添加成员变量, 成员变量的类型需要特别注意。单选按钮组分别对应一个 int 型的变量。本程序所用到的部分成员变量如表 1 所示。



图 2 所添加控件

表 1 部分成员变量

控件类型	ID	类型
按钮	IDC_ZHCS	
单选按钮	IDC_NH	int
编辑框	IDC_X	double
编辑框	IDC_wx	double

其中对话框 2 个单选按钮控件对应着一个成员变量 m_a , 编辑框要增加必要的成员函数, 例如, ID 为 IDC-X 的编辑框添加一个类型为 double 的成员变量 m_X1 。

4.3 程序执行流程

根据软件界面对软件操作步骤以及各控件中的函数进行如下说明:

- ①先选择多项式拟合次数, 选择这种控件之后里边函数作用是各编辑框窗口变亮, 使之处于可编辑状态。
- ②对求解参数的公共点个数进行输入, 由于拟合次数不同, 自然拟合参数个数也会不同, 进而公共点选取个数就会有范围, 要进行判断是否输入正确, 里边函数还有的实现功能能使转换参数控件处于可操作状态。

③求解转换参数以及精度。

④参数及精度求解之后进行单点拟合和文件操做一个选择, 如果进行单点拟合, 输入所需转换的坐标, 对“单点拟合”按钮进行单击, 然后就能得到目标结果; 如果需要文件转换, 单击“读入数据文件”和“保存文件”按钮进行批量转化, 结果保存在生成的 txt 文档中^[4]。

5 软件测试

5.1 精度评定

程序在实验分析阶段采用的是数据是某工程控制网坐标转换数据实例, 具有普遍性和代表性, 数据如表 2 所示。

表 2 数据实例

序号	点名	X80/m	Y80/m	X54/m	Y54/m
1	G01	4372839.701	554857.477	4372833.784	554980.856
2	G02	4386416.602	547389.127	4386410.727	547512.435
3	G03	4381186.966	557890.033	4381181.132	558013.380
4	G04	4391999.733	556915.179	4391993.911	557038.478
5	G05	4387375.999	566349.090	4387370.214	566472.424
6	G06	4397468.916	560030.221	4397463.117	560153.500
7	G07	4388934.791	568432.472	4388929.018	568555.801
8	G08	4389414.492	556511.380	4389408.664	556634.690
9	G09	4394537.851	565785.754	4394532.075	565909.055
10	G10	4386458.375	553075.040	4386452.526	553198.357
11	G11	4381263.876	556470.509	4381258.035	556593.853
12	G12	4386966.459	561527.056	4386960.651	561650.383
13	G13	4390426.545	563559.917	4390420.752	563683.233

现对表 2 的使用规则做如下声明: 由于算法、代码的编写原因, 数据的前 n 个点做已知公共点来求解参数, 后面的点做检核点使用, 论文从横向和纵向两个方向做了一个精度的比较, 即一次拟合和二次拟合、公共点数量选取的不同来比较一下内外符合精度的大小差异, 见表 3 和表 4。

表 3 内符合精度

		公共点个数	7	9
一次拟合	X 方向 /mm		16.50	13.82
	Y 方向 /mm		0.51	0.60
二次拟合	X 方向 /mm		10.33	8.06
	Y 方向 /mm		0.27	0.69

表 4 外符合精度

		公共点个数	7	9
一次拟合	X 方向 /mm		10.65	12.65
	Y 方向 /mm		0.60	0.60
二次拟合	X 方向 /mm		23.32	6.27
	Y 方向 /mm		3.87	0.93

5.2 结果验证

5.2.1 一次拟合结果验证

本小节中, 我们只以 9 个公共点作为求解参数, 来进行结果的一个展示。根据一次多项式拟合原理, 运行软件, 参数如表 5 所示。

表 5 一次拟合参数

参数		参数	
A0	-23.78765106	B0	141.61974907
A1	1.00000350	B1	-0.00000437
A2	0.00000464	B2	1.00000153

根据以上参数把 G09~G13 重新计算得到目标系下坐标如表 6 所示。

表 6 一次拟合结果输出

点名	X54/m	Y54/m
G10	4386452.5179	553198.3569
G11	4381258.0164	556593.8537
G12	4386960.6428	561650.3836
G13	4390420.7504	563683.2326

5.2.2 二次拟合结果验证

根据二次拟合基本原理,依据已知数据,参数如表 7 所示,运行软件的结果。

表 7 二次拟合参数

参数		参数	
C0	4379994.11183679	D0	550123.34029193
C1	1.00000533	D1	-0.00000432
C2	0.00000521	D2	1.00000164
C3	-0.00000000	D3	-0.00000000
C4	-0.00000000	D4	-0.00000000
C5	0.00000000	D5	0.00000000

二次拟合的结果如表 8 所示。

表 8 二次拟合结果输出

点名	X54/m	Y54/m
G10	4386452.5291	553198.3572
G11	4381258.0262	556593.8542
G12	4386960.6542	561650.3841
G13	4390420.7565	563683.2329

6 结语

论文中以 VC 语言做基本语言,基于 MFC 平台,运用比较容易的基于对话框的框架,并以多项式拟合为模型编写了平面直角坐标转换的软件,该软件实现了任意平面直角坐标间的互相转换,可以批量转换,也可以单点转换,经过几次的数据检测,软件结果测试,达到了工程规范中所规定的精度,可以进行软件的推广使用^[5]。

程序在设计二次拟合平面直角坐标转换时,采用的类似于中心化的处理来解决一些病态问题,其精度虽然达到了规范要求,但仍然可以用别的方法继续解决病态问题以提高转换精度。程序只设计了一次拟合和二次拟合两种转换,在此基础上还可以增加非完全二次拟合和三次拟合的项目,这样使用者会根据数据情况选择更佳模型。

参考文献

- [1] 赵长胜,石金峰,王仲锋,等.测量平差[M].北京:教育科学出版社,2000.
- [2] 王佩贤,张国卿.大地测量学基础[M].北京:煤炭工业出版社,2007.
- [3] 张凤举,张华海,赵长胜,等.控制测量学[M].北京:煤炭工业出版社,1999.
- [4] 钱能.C++程序设计教程[M].北京:清华大学出版社,2004.
- [5] 武汉大学测绘学院测量平差学科组.误差理论与测量平差基础[M].武汉:武汉大学出版社,2009.