

以创新能力培养为目标的“分析+联想”双A反向分析问题的教学方法研究

——以《数学分析》课程为例

Research on the Teaching Method of “Analysis+Association” Double A Reverse Analysis Problem with the Goal of Cultivating Innovative Ability

—Taking the Course of *Mathematical Analysis* as an Example

吴晓红

Xiaohong Wu

呼和浩特民族学院数学科学学院 中国·内蒙古 呼和浩特 010051

College of Mathematical Sciences, Hohhot Institute for Nationalities, Hohhot, Inner Mongolia, 010051, China

摘要: 中国共产党第十九次全国代表大会报告指出, 创新是引领发展的第一动力, 是建设现代化经济体系的战略性支撑。习近平总书记也一再强调, “坚持抓创新就是抓发展、谋创新就是谋未来” “抓住了创新, 就抓住了牵动经济社会发展全局的‘牛鼻子’”。教育是国家创新能力形成和提升的源泉, 是提高一个国家和民族的创新能力的根本。数学分析课程作为数学类本科专业的一门重要的专业基础必修课, 不仅是学习其他数学课程的前提和基础, 更是培养学生创新能力和创新思维的主阵地。论文结合教学实践探讨了在数学分析课程教学中怎样帮助学生树立创新意识, 发展创新思维, 培养创新能力。注重渗透“分析 (analysis) + 联想 (associate)” 双 A 反向分析问题的证明方法, 促进学生的创新能力; “加强对学生创新能力的培养提高教学质量” 为目标改进教学策略, 将创新意识、创新精神、创新能力的培养融于教学过程中。

Abstract: The report of the 19th National Congress of the CPC pointed out that innovation is the first driving force for development and the strategic support for building a modern economic system. General Secretary Xi Jinping has also repeatedly emphasized that “insisting on grasping innovation is grasping development, and seeking innovation is seeking the future” and “grasping innovation is grasping the ‘bullnose’ that pulls the whole situation of economic and social development”. Education is the source of the formation and enhancement of a country’s innovation ability, and the fundamental way to enhance a country’s and a nation’s innovation ability. The course of mathematical analysis, as an important compulsory course for undergraduate mathematics majors, is not only a prerequisite and foundation for learning other mathematics courses, but also a main battlefield for cultivating students’ innovative ability and thinking. This paper explores how to help students establish innovative awareness, develop innovative thinking, and cultivate innovative abilities in the teaching of mathematical analysis courses based on teaching practice. Emphasize the penetration of the “analysis+associate” double A reverse analysis problem proof method to promote students’ innovation ability; improving teaching strategies with the goal of strengthening the cultivation of students’ innovative abilities and improving teaching quality, integrating the cultivation of innovative awareness, spirit, and ability into the teaching process.

关键词: 创新能力; 教学方法; 数学分析

Keywords: innovation ability; teaching methods; mathematical analysis

基金项目: 呼和浩特民族学院博士项目 (项目编号: NO.MZXYBS202307)。

DOI: 10.12346/sde.v5i1.8633

1 引言

根据中国共产党第十七次全国代表大会的报告, 提高自

主创新能力是国家发展战略的核心, 也是提升综合国力的关键。为了实现这一目标, 我们要坚持走中国特色自主创新道

【作者简介】吴晓红 (1985-), 女, 蒙古族, 中国内蒙古通辽人, 博士, 副教授, 从事大学数学教育以及算子谱理论方面的研究。

路,并将增强自主创新能力贯彻到现代化建设的各个方面。为此,我们需要认真贯彻国家中长期科学和技术发展规划纲要,加大对自主创新的投入,着力突破制约经济社会发展的关键技术。

另外,推动社会主义文化大发展、大繁荣也是非常重要的。我们需要推进文化创新,增强文化发展的活力。在时代的高起点上,我们要推动文化内容形式、体制机制、传播手段的创新,解放和发展文化生产力,这是繁荣文化的必由之路。同时,我们要大力发展文化产业,实施重大文化产业项目带动战略,加快文化产业基地和区域性特色文化产业群的建设,培育文化产业骨干企业和战略投资者,繁荣文化市场,增强国际竞争力。

从2017年发布的《国家创新指数报告》和世界大学排名来看,排名前15的国家都有高校位于世界大学排名前100位之列^[1],这再次证明了高等教育在提高国家创新能力中的重要作用。因此,我们需要重视高等教育,为高校提供更好的条件,培养更多的创新人才,进一步提升国家的创新能力。

2016年4月15日,李克强总理视察北京大学数学科学学院时强调:“数学是自然科学的皇冠,是其他科学研究的主要工具。”数学分析作为高等学校数学专业的核心基础课程之一,是学生开启高等数学之门的钥匙。数学科学的逻辑性和历史继承性决定了数学分析在数学科学中重要的关键性地位,这也奠定了数学在许多新思想、新应用中的重要地位。因此可以说,数学分析教学的成败,会直接影响到学生数学能力的培养和整个专业教育的得失。近年来,许多学者研究了数学分析课程在人才的创新能力方面作用。例如,2021年林海波和林燕两位学者在《高教学刊》上发表的《培养学生创新能力,全面提高教学质量——数学分析课程教学改革探索》中通过对数学分析课程教学改革进行探索,实现了“传统教学与现代教育技术初步整合,考核方式多样化、全程化,培养学生创新能力,全面提高教学质量”的目标。2014年,姜淑珍等人在《教育教学》上发表题为《数学分析的教学策略与创新能力的培养》的文章中,从思想方法的渗透,培养学生创新能力;运式启发式教学,培养学生创新意识;抓主线,培养学生钻研精神和综合能力三个方面论述了如何帮助学生树立创新意识,发展创新思维,培养创新能力的方法。论文主要目的是结合教学实践从创新意识的树立、创新思维的培养、创新能力的提高等方面进行探索。

2 主要内容

2.1 改进思维方法,树立创新意识

数学分析课程中有很多重要的概念、定理、公式和法则。教师在教学中要加强对基本知识点、重要结论、关键公式和主要方法的实质的理解及应用,要加强对概念、定理、方法、问题、思路和规律等的形成、推导、思考、发现、探索以及

揭示的过程掌握发现问题、分析问题、解决问题的基本历程,提高研究性学习的能力,为终身学习打下坚实的基础。在发现、思考、推导、探索和揭示的有效循环的过程中不仅体会到数学家们发现一些重要结论的思维过程,而且通过教师的解读,逐步让学生感受到数学家们解决问题的思想方法,从而培养学生的数学思维能力,树立良好的创新意识。在数学分析课程的教学过程中,通过一段时间的“分析+联想”双A反向分析问题的证明方法的实践,使学生形成了比较强的独立分析解决问题的能力,从而增强了学习的自信心,提高了学习兴趣。

例1^[2]: (保号性)若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$,对于任意两个实数 $b, c, b < a < c$,则存在 N ,当 $n \geq N$ 时, $b < a_n < c$ 。

分析:首先从结论入手,从形式上进行分析,发现 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ 相当于对任意 $\varepsilon > 0$,存在 N ,当 $n \geq N$ 时, $a - \varepsilon < a_n < a + \varepsilon$,进一步与 $b < a_n < c$ 联想可知,只要 $a + \varepsilon \leq c$ 且 $b \leq a - \varepsilon$,即 $\varepsilon \leq c - a$ 且 $\varepsilon \leq a - b$ 即可得到 $b < a_n < c$,最终确定取 $\varepsilon = \min\{c - a, a - b\}$ 。

证:取 $\varepsilon = \min\{c - a, a - b\}$,存在 N ,当 $n \geq N$ 时,即:

$$b \leq a - \varepsilon < a_n < a + \varepsilon \leq c$$

通过反复训练“分析+联想”的双A反向分析问题的证明方法,学生形成了动态循环的学习模式,使他们的学习不仅仅浮于知识点的表面含义的理解,还可以进一步加深对方方法、技巧的掌握和应用,通过对知识点的形成背景和后续发展脉络梳理过程,形成闭环式的学习模式,夯实基础,从而减少知识点理解的盲区,更有利于从横向、纵向地探究知识点之间的相互关系,形成知识的网络结构,从而能够从整体上把握课程^[3]。

2.2 开展反例研究,培养创新思维

我们结合教材,开展反例研究。从问题的反面出发,对数学分析中的重要结论给出恰当的反例,抓住问题的本质,进而加深对知识点的理解。数学中的很多结论,了解到不满足条件的哪些情况才能发现其本质,才能够精准地把握相关结论的真正意图。在课程教学过程中,教师带领学生思考命题的否定命题,探讨结果的否定形式,可以加深对知识点的理解^[3]。

例2:若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$,则称 $\{a_n\}$ 为无穷小数列。判断下列命题是否正确?

- ①无穷小数列是指数列中项的大小很小的数列。
- ②无穷小数列是指有无限多个项绝对值很小的数列。

解:①错,反例 $\{a_n\} = \{-n\}$ 。

通过举出该反例发现无穷小数列不是指数列当中项的实际大小很小,而是指数列当中项的绝对值越来越小的意思。

②错,反例 $\{a_n\} = \{1 + (-1)^n\}$ 。

通过举出该反例发现无穷小数列不仅仅要求无限多个项绝对值很小就可以,而是对某一项以后的所有元素的一个普遍要求。

另外,经过对上述两个问题的讨论,学生能够发现,无穷小数列的本质是指数列当中从某一项开始,所有项的绝对值会越来越小。

数学分析中,在概念、性质的理解,问题的研究与论证中反例思想是一个不可或缺的重要思想之一,具有不可替代的独特作用。在构思反例的过程中,他们会不断掌握创新的基本方法,锻炼思维的创新性。选择恰当反例说明问题,对于正确理解数学对象,领悟和理解数学分析中的重要定理、常用公式、运算法则以及培养学生的逻辑思维能力有很重要的辅助作用。还能让他们准确掌握数学语言的规范表达技巧,能够预防和纠正学习中一些错误。因此,我们通过与教材内容的结合,对数学分析中的相关反例进行系统的总结和研究,给出某些经典反例的证明过程,帮助学生全面掌握知识点,有利于他们的深入学习和后期研究。

2.3 进行科学研究,提高创新能力

数学分析的学习是循序渐进且环环相扣的,要开拓学生的解题思路,在学生已经具备了一定的知识基础之后,探索未知的知识层面中,应让学生充分思考和摸索解题思路^[4]。数学分析中很多结论的条件是充分不必要的,如著名的拉格朗日中值定理、闭区间连续函数的有界性定理、数列极限的有界性等。教学中引发学生大胆猜想是激发学生学习兴趣发展直觉思维掌握探求知识方法的必要手段。教学中引发学生猜想,让他们猜想问题的结论、猜想由特殊到一般的可能性、猜想知识间的联系,有利于激发学生学习兴趣、变被动学习为主动学习、发展思维能力,让学生在猜想并解决问题的探索过程中掌握研究性学习的方法,慢慢养成研究性学习的习惯,有效地增强学生的创新意识和创新能力^[5]。例如,在讲授微分中值定理之前,教师可以从费马定理入手,提出满足哪些条件的函数一定满足费马定理?进一步从极值与最值的一般和特殊的关系分析后,问题转变成函数何时存在最值问题,从而得到罗尔中值定理的第一个条件——闭区间连续。紧接着从导数的几何意义和极值的定义出发知道,只有当区间端点的函数值相等,才能保证最值是极值。最终给出了罗尔中值定理的条件和结论(如图1所示)。

经过一段时间的实践,学生会慢慢学会研究性学习的基本方法和规律,掌握研究问题的基本思路,通过对此类问题的反复试验,逐渐体会到成功的喜悦和研究的乐趣,提高创新能力。

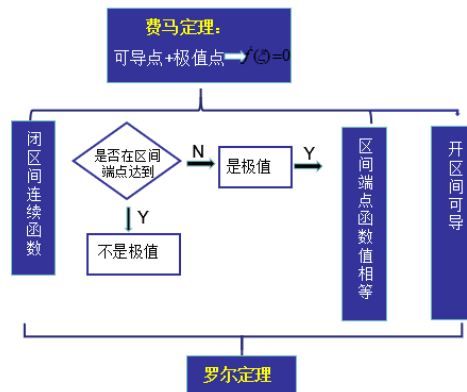


图1 罗尔中值定理的条件和结论

3 结语

学生创新能力的培养是高校教育的主要任务之一,应渗透到各个课程的教学当中。数学分析作为数学专业的专业核心课,在学生创新能力的培养中更是起到举足轻重的作用^[6]。在数学分析教学中引导学生独立思考去求解数学分析问题,不仅帮助学生巩固知识点,而且挖掘了学生的创新潜能。在数学分析教学中不断地引导学生多思考敢于设问和猜想,敢于另辟蹊径,敢于创新应用。对重点内容进行专题训练,使某一知识、计算技巧得到强化,强化学生的应用及发展能力。培养学生的创新意识、应用意识及综合能力是数学教学的最终目的。

参考文献

- [1] 冒佩华.多维度提升国家创新能力[J].山东干部函授大学学报(理论学习),2018(9):44.
- [2] 华东师范大学数学科学学院.数学分析[M].五版.北京:高等教育出版社,2019.
- [3] 林海波,林燕.培养学生创新能力,全面提高教学质量数学分析课程教学改革探索[J].高教学刊,2021(2):145-148.
- [4] 廖春艳.基于学生学习能力培养的数学分析习题课教学探讨[J].课程教学,2018(9):114-115.
- [5] 姜淑珍,孙中波,于海鸥.数学分析的教学策略与创新能力的培养[J].教育教学论坛,2016(46):190-192.
- [6] 徐芹.基于学生创新能力培养的数学分析课程教学改革实践[J].甘肃高师学报,2021,26(5):70-73.