对数学证明的审查与数学可谬性

Review of Mathematical Proofs and Mathematical Absurdity

蒋军军

Junjun Jiang

兰州职业技术学院　中国·甘肃 兰州 730070

Lanzhou Vocational and Technical College, Lanzhou, Gansu, 730070, China

摘　要：本研究基于宏观角度，皮尔士、欧里斯特以及拉卡托斯提出数学可谬性分析，进一步阐述数学证明可审查性，能够确保数学证明正确。但由于存在机器证明以及长证明等无法实现数学审查，但正是由于这些证明的存在，也为数学可能性分析提供重要的微观证据。

Abstract: Based on the macro perspective, Pierce, Oriste and Lakatos proposed the mathematical fallacy analysis to further explain the censoring ability of mathematical proof, so as to ensure that the mathematical proof is correct. However, the mathematical examination cannot be achieved because of the existence of machine proof and long proofs, but it is precisely because of these proofs that they also provide important microscopic evidence for the mathematical likelihood analysis.

关键词：数学证明；审查；可谬性

Keywords: mathematical proof; review; fallacy

DOI: 10.12346/sde.v4i4.5939

1 引言

近年来，在数学领域中针对数学可能性的相关研究成为研究热点，也获得很多研究成果，在数学教育行业中数学可靠性对于数学教学应用引起较多关注。虽然有很多人认为数学是真理，但更多人认识到数学可谬性这一问题。此外，在当代信息技术发展过程中，数学科学发展中也发生明显变化，比如在数学研究中信息技术发挥重要作用，其能够增加数学与现实密切联系，但其中比较引人注目的是难以审查数学证明，因此对于难以审查的数学证明也从一定程度上为数学可谬性提供证据。

2 数学可谬性

一直以来，数学被认为是客观知识可靠性的典范，也被认为是真理，尤其是数学研究学者以此为傲。克兰兹等人提出数学是具有确定性，这是其他学科无法与之媲美的。由于数学系统具备可限性、可靠性，在描述传统数学真理观的过程中，克莱因等人提出，当一个人需要论证例子推理正确性时会采用数学方法。

数学研究学者早期深入探究数学知识是否具备真理性的问题，皮尔士、拉卡托斯以及欧里斯特作为典型代表性的数学哲学家，针对数学可靠性进行分析。皮尔士对科学家经验探究过程与数学创造过程进行比较，提出数据可靠性，认为在数学创造时，数学家会将数学命题作为图形操作、思维过程或头脑图形，这实际上是与科学实验分析类似。经验科学的探究过程是可谬的，因此从一定程度上来看，数学也是可谬的 [1]。

拉卡托斯将数学分为两类系统，包括欧几里德和拟经验系统。从本质上来看，传统学派基础研究中提出直接主义，形式主义以及逻辑主义，将数学重建为欧几里德系统，但后人指出三大主义学派研究失败，也反映数学是拟经验，这从一定程度上也证明数学可靠性。基于拉卡斯托提出的数学可靠性，欧里斯特进行数学可谬性分析，提出数学绝对主义认识论和可谬主义数学观，而传统三大学派仅对绝对主义数学观持认可态度，欧里斯特反对三大主义学派所倡导的绝对主

【作者简介】蒋军军（1972-），女，中国甘肃通渭人，本科，副教授，从事数学教育研究。

义数学观，其从反面验证了数学是可谬的。其次，从本质上欧里斯特以及拉卡托斯均提出数学可谬性，通过对绝对主义数学观否定来实现的。皮尔士提出的数学可谬性是通过比较数学创造和经验科学探究两者相似性实现的，不同研究学者从多个方式阐述了数学可谬性这一观点，从宏观角度上表明数学是可谬的。

结合皮尔士自然科学与数学创造类似，则数学从本质上来看，也如自然科学为可谬的。拉卡斯特和欧里斯特认为数学学科的特点是可谬性，是否存在其他证据可表明数学具备可靠性，对此需进行深入探究。

3 数学证明的可审查性

在数学与其他自然学科中主要差别是数学证明，数学证明在数学长期发展中具有重要意义，利用这些证明可将无法进行判断的数学猜想转为正确的数学命题或定理。从数学共同体角度来看，数学证明能够让数学家确定该命题是正确或错误，使其能够在数学研究中合理运用。从数学科学角度上来看，数学证明在数学长期发展中具有重要意义。数学家可通过数学证明的方式来获得命题数学真命题，在数学分支中数学命题作为重要构成，基于此，要想充分发挥数学证明作用，要求保证数学证明正确性。基于传统数学观的基础上，泰马祖科提出数学证明具有一定的形式化可审查性，有说服力。

有说服力表明该数学证明能够被数学共同体中其他数学家所认可，确定其正确性；可审查性表示数学共同体中其他数学家能够对该数学证明检查，进一步确定其正确性；形式化是指数学证明应采用形式化数学语言来书写。数学证明上述三个特点，彼此联系。形式化是数学证明外在表现形式，可审查性能够为数学证明的正确性提供保证，具备有说服力是数学可审查的最终结果。数据证明要想具备可审查性，要求其利用形式化语言编写，这也是作为可审查性必要条件。在现代数学中数学内容作为重要表现形式，要求数学共同体成员要进行数学证明的审查工作，要求该数据证明应采用形式化语言书写，否则其他数学家无法明确数学证明，也不存在数学审查。

从这一方面上基于可审查角度提出形式化，对于过去数学证明来说可审查性是其关键点，除要求数学共同体成员采用形式化数学语言书写外，同时数学证明审查主体是其中一员，如果一个数学证明正确也表示其将成为数学领域的重要构成，能够被其他数学家认可。因此对于数学证明来说是否正确，须由数学共同体成员确定，其次，长度合适，以便于数学家审查，如果数学证明长度较长，那么数学家可能会花费较长时间来进行审查[2]。

基于这种情况下，会导致部分数学证明无法审查，从理论上要求自数学证明具备正确性，数学家在提出证明后会反复进行数学证明审查以找到存在问题，将论文投给有关期刊并由编辑安排有关成员审稿。从一定程度上来看，审稿也是对数学证明的审查，一旦出现证明材料的错误，审稿人员会立即发现，正式发表论文后会由阅读论文的数学成员审查，如果无错误表明所提出的数学结论可作为数学内容，被其他数学家认可。经历这些过程，才能够被所有数学共同体成员认可该数学证明，可见，数学证明的可审查性在保证数学证明正确性方面具有重要意义。如果该证明不具备可审查性，从传传统观念上来看会有部分数学家不认同，将这一结论充入数学知识。

根据皮尔士提出数学知识，从本质上是人的知识，要求数学知识应当具备可靠性。在数学证明中学生会由于多种原因产生错误。纵观数学历史证明错误证明经常发生，即便是有名的数学家，在进行数学证明时也会产生一些错误。1879 年肯普证明四色猜想，11 年之后席武德提出肯普证明的证明错误。数学证明具备一定的可审查性，在公开数学证明内容后，存在错误的数学证明才能够被数学家发现，因此数学证明的可审查性在学科发展中是十分重要的。

4 不具备可审查性的数学证明

数学证明具备可审查性是保证结论正确的关键，从古至今，数学科学分值较多，其逐渐发展也得益于内容的准确性，究其根本是与数学证明具备可审查性相关的。当前，数学发展过程中存在一些数学证明不具备可审查性，比如四色定理证明，早期研究学者提出可将平面分为不同点区域，各个区域可利用数字进行标记，即 1、2、3、4，不会使相邻区域或相同数字存在，存在整段边界的公共区域为相邻区域，如果两个区域仅含有一点或多点，这种情况下不属于相邻区域。

凯莱早期提出四色问题并正式向伦敦教学会提出，之后多位数学家尝试证明这一猜想。1976 年阿佩尔和黑肯通过计算机证明了四色问题，四色定理证明是针对数学猜想实现机器证明的典型，数学家利用计算机多次证明几何定理，比如中国著名数学家吴文俊。

1988 年哈尔斯为证明开普勒猜想采用计算机的方式展开，相比传统数学证明来说， 这种证明未采用形式化语言书写，是借助计算机语言描述。在发表四色定理这一证明之后，泰马祖科在多个论文中发表了四色问题及哲学意义，这一论文提出利用计算机归纳、运算获得的结论，无法作为具备意义的数学证明，这种证明不具备可审查性，提出要认可数学证明应改变传统对数学证明含义的界定或改变传统数学含义[3]。

在当时，泰马祖科提出的论文观点受到较大争议，部分数学家同意，但也存在反对意见，主要由于泰马祖科提出问题回避数学证明可审查性特点，虽然有很多数学家从多个方面对泰马主科的观点进行批判，但其仍无法否认阿肯和阿佩尔提出的四色定理证明无法用传统方式进行数学审查。基于

社会学角度，数学家是进行数学知识创造人，因此社会荣誉、财富对其具有吸引力，如果要求数学家花费较长时间证明该猜想正确性，以此获得荣誉，然而审查他人提出的数学证明花费花费自己较长时间，可从中获取什么。怀尔斯在证明费马大定理后成为公认的数学英雄，也获了多个大奖，可是对于未完成这一数学证明审查的数学家是否被遗忘。其次，从审查难度上，数学证明审查分为困难性和复杂性两种，对于审查复杂性，通常我们对数学证明的印象其篇幅不会太长，在证明中使用倒数各三段论，因此无法想象长证明复杂性。长证明会涉及多个内容，一些内容是通过逻辑推导，各个部分具有复杂关系，对于数学证明犹如从迷宫中寻找已知条件与结论的连接通道，对于数学家来说，如果该证明为长证明，则走出迷宫难度较高，对于审查者审查证明较长或证明具有复杂性，在审查过程中难度也较高。

基于此，对于数学长证明可以发现，很多数学家不愿花费时间进行审查，比如对于限单群分类定理这一长证明，很少有人对其证明材料完整浏览过。其次，从数学证明的困难性上，证明具有较高难度，因此在长证明审查时是比较艰苦的，对于审查者来说审查数学证明实际上也是一种对新方法、新思想学习理解的过程，要求审查人员能够反复进行思考，同时花费大量时间。由于长证明审查难度大，因此在短时间内很多数学家无法理解数学证明，也使审查难度提高。

5 数学证明无法审查及可靠性分析

数学证明分为可审查以及不可审查的数学证明，对于可审查数学证明来说，能够保证结论正确，而很多数学家目前对于不可审查的数学证明无法确保正确，因此对一些长证明或其他机器定理无法审查正确性，需要由计算机专家通过计算机审查告知数学家，且这些证明并并不是具有形式化的证明，也并不是通过数学共同体中的成员进行审查的，对此部分数学家不认同，表明这些数学证明不正确。由于目前没有数学家看过宏大定理的证明过程，对此多数研究学者指出该证明可能会存在错误。比如有限单群分类定理，阿斯伯爵提出当数学证明长度增加，那么错误概率也会相应增加，在分类定理中错误概率为 1。

机器证明和长证明的存在是与数学家能力以及数学发展具有一定联系。比如四色猜想，为此有很多数学家花费时间审查，但会获得准确结论，未来数学家会通过自身努力采用传统逻辑推理方法，以证明这种数学定理。同时，在计算机出现之后也能为那也能够为相关问题解决提供思路方法。从一定程度上来看，由于受数学家自身能力和计算机发展因素影响，导致产生机器证明，而数学学科发展过程中逐渐衍生出一些长证明，部分涉及较多方法和复杂思想，要求数学家花费较长时间才能够完全表述清楚，也使很多猜想无法在短时间内被审查为正确。由于一些证明面临对象复杂，在证明表述过程中人们无法避免会产生很多错误。比如，哥德巴赫猜想等一些比较困难的数学证明，其本质上是长证明。四色猜想被研究学者称为四色定理，基于此，也可以发现大多数数学家对四色定理是认可的，未来在计算机发展中将能够为长证明审查提供帮助。同时，也使机器证明成为大家公认的合理证明，传统数学证明要求采用数学语言进行书写，这一传统观念将会发生变化 [4]。

此外，随数学发展，一些数学假设证明涉及较多数学知识和方法，因此未来可能会存在大量的长证明以及机器证明，进而使数学不仅存在微观可靠性，还会同时存在微观可谬性。如果对于所有数学证明来说均具备可靠性，对于数学学科发展意味着什么，是否数学发展已到达尽头。事实上并不是这样，数学可谬性的存在能够揭开数学的神秘性，表明它归根结底是人的学问，很多数学家会将错误的数学结论充入数学知识中，与此同时也会采取多种方法来发现数学证明的错误。

6 结语

总之，本研究针对宏观数学可谬性进行分析，提出其重要性，从多个角度分析数学可谬性存在的不足，进一步从微观角度提出数学的可谬性，以揭示数学证明的可靠性。在数学发展历史中，虽然数学证明可谬性一直存在，但随着当前数学发展，一些长证明和机器证明的出现也从一定程度上增加了数学证明的可谬性。除此之外，为保证数学证明的正确性，要求数学证明具备可审查性，长证明和机器证明的存为从微观角度也进一步为数学证明可谬性提供依据。

参考文献

[1] 胡吉振,胡典顺.为什么要证明--基于数学史视角的回答[J].基础教育课程,2020(19):6.

[2] 罗军标.对初中数学几何证明题的教学实践[J].数学大世界:中旬,2020(5):1.

[3] 穆欢,张昆龙.唯一补格中与分配性的等价条件和关于Peirces定理的证明[J].模糊系统与数学,2020,34(1):5.

[4] 吕曼曼.数学证明过程中缄默知识的获得研究[D].济南:山东师范大学,2020.