回归基本性质，做好初高中衔接，凸显核心素养
——以二次函数教学为例

Return to the Basic Nature, Do a Good Job in the Connection Between Junior High School and High School, and Highlight Core Literacy
—Taking Quadratic Function Teaching as an Example

黄建新

Jianxin Huang

苏州市吴中区石湖中学　中国·江苏 苏州 215000

Shihu Middle School, Wuzhong District, Suzhou City, Suzhou, Jiangsu, 215000, China

摘　要：不少学生到了高中存在不适应高中数学学习的现象，因此，初中阶段特别是初三做好初高中衔接尤为重要。论文以二次函数教学为例，指出初高中教学存在的脱节现象，并提出相应的衔接策略。

Abstract: Many students do not adapt to high school mathematics learning when they arrive in high school. Therefore, it is particularly important to do a good job in the connection between junior high school and senior high school in junior middle school, especially in junior high school. Taking quadratic function teaching as an example, this paper points out the disconnection between junior and senior high school teaching, and puts forward the corresponding connection strategies.

关键字：二次函数；初高中衔接；核心素养；新课程标准

Keywords: quadratic function; transition between junior and senior high schools; core literacy; new curriculum standards

DOI: 10.12346/sde.v4i1.5707

1 引言

在中学阶段，数学的“数老大”地位稳如泰山。平时数学学习会占据学生大量的时间和精力。学生在经过中考踏入高一就发现“数学好难”；不出半个学期高一新生就出现“分化现象”。的确，从课程标准发现，初高中数学课程标准梯度过大，表现在下面几个方面：密度和难度的突变；感性与理性的飞跃；思想与能力的跃迁。遇到这个问题，一方面学生要正视它们之间的差异，理性的对待；另一方面，作为初中教师要做好初、高中数学教育的衔接工作，若衔接工作得当，则能帮助学生建立合理的知识框架，激发学生学习数学的兴趣，甚至能够帮助一些“学困生”跨入“优秀生”行列，那么作为一线初中数学教育工作者，怎样做好初、高中数学教育的过渡衔接呢？论文以二次函数教学为例来谈谈教师应如何以核心素养为立足点做好初高中教学衔接，为学生深入学习和研究数学奠定坚实基础，让他们更好地适应高中数学教学。

2 提升计算能力，解决密度和难度问题

数学课程标准的十个核心概念之一就是计算能力。初高中教学不仅是学习阶段的过渡，还是学习内容的深入，这些学习都是建立在正确、快速计算基础上的。

由于计算器在初中阶段的广泛使用，导致学生对数字计算特别是稍微繁琐一点的数字计算能力大幅削减。因此学生到了高中一旦遇到字母运算又不能用计算器后，学生的运算短板凸显，导致学生做题速度慢、准确率很差，知识掌握效果不明显。学生需要提高自己的计算能力，特别是数字运算

【作者简介】黄建新（1977-），男，中国浙江常山人，本科，高级教师，从事初中数学教学研究。

的口算能力，才能提高运算的速度和准确度。在二次函数教学中，老师可以借助教材中的习题来提升学生的计算能力。

例1.用配方法求下列函数顶点坐标：

(1) $y=x^2-2x+5$　　(2) $y=3x^2+8x-1$

(3) $y=-5x^2+10x-3$　　(4) $y=ax^2+bx+c\quad(a\neq 0)$

例2.用一般式求下列函数解析式：

（1）顶点为（2，-3），过点（3，1）。

（2）过点（1，1）（2，5）（3，8）。

例1的设计意图：由于配方法在初中不作要求，所以初中老师在解决类似的题目时最常用的方法是让学生用现成的顶点公式来直接求出顶点坐标，这样的好处是可以节省计算时间，提高正确率。而配方法却是高中最基本要掌握的方法。高中老师经常认为初中老师已经教过配方法，以为学生都已经熟练掌握配方法，所以经常一笔带过，但是学生却经常在这方面计算出现问题。所以在教学过程中，初中教师要加强学生对配方法的训练，提高学生计算能力。

例2的设计意图：这些题目都是从二次函数出发的运算。由于三元一次方程组在初中属于选学内容，因此初中老师在解决求解析式的题目时最常用的方法是让学生根据题目给的条件特点来选择求解析式的方法，常用的方法是顶点式和交点式来求解析式，这样的好处是可以节省计算时间，提高正确率。但是学生一旦遇到像例2这样需要用一般式来求解析式的题目时，大多数学生傻眼了；或者有的学生硬着头皮把三元一次方程组列出来了，就是不会解，或者三元一次方程组解不正确。但是三元一次方程组或者一元三次方程在高中空间向量求法向量，试根法等经常会遇到，所以在教学过程中，初中教师要加强学生对三元一次方程组解法的训练，从而提高学生计算能力。

3 加强性质应用，解决思想与能力的飞跃问题

数学课程标准四基之一是基本思想。而数学中考压轴题的主流往往是以二次函数与几何图形相结合的题目，这种类型的题目是在二次函数图像的背景下对几何图形进行研究，这样设计让学生常常是无法掌握，因此老师往往采用“解析化”的解法；这种教学方法，不仅偏离了初中函数教学的根本，也偏离了初中平面几何研究的根本，还极大地增加了学生的学习负担，这些学生到了高中进行数学学习二次函数也是相当吃力，难怪高中老师会发出这样的质疑，这些学生在初中阶段学习过二次函数吗？他们数学思想与能力呢？

因此初中老师在上二次函数时，可以让考查不再“捆绑”几何图形，而是回归函数的基本性质，二次函数的基本性质重点是对称性、增减性（单调性）和顶点最值，二次函数是联系二次方程、二次不等式的桥梁。通过这种做法，达到提升学生数学思想与数学能力的水平。

例3.（2021嘉兴中考第23题，全卷倒数第二题）已知二次函数 $y=-x^2+6x-5$：

（1）求二次函数的顶点坐标。

（2）当 $1\le x\le 4$ 时，函数的最大值和最小值分别为多少？

（3）当 $t\le x\le t+3$ 时，函数的最大值为 m，最小值为 n，若 $m-n=3$，求 t 的值。

设计意图：例3的三个小问从形式上看互相独立，但内在联系是紧密的。三个小问都是紧紧围绕二次函数的基本性质设定的；第（1）问考查二次函数顶点坐标公式，在求解时可以先求抛物线与x轴的交点坐标，得出顶点的横坐标，或者直接用顶点公式，或者用配方法把解析式化成顶点式等等，这些做法实际上都是围绕图像与x轴的交点、对称轴、顶点之间的相互关系展开的，这也为第（2）问求最值做了铺垫。第（2）问是二次函数在对称轴两侧增减性的具体应用；第（2）问也是第三问的特殊情形，从第二问到第三问体现了从特殊到一般，从数字到字母，从基础到创新，综合考察了学生全方位的知识体系。

第（1）（2）问是对二次函数的基础知识和基本技能进行考查，所考查的内容是课标要求的内容，解题方法也是常规方法，这就体现了试题对通性通法的考查。第（3）问考查的是学生思维的灵活性、创新性，对学生灵活运用所学知识和数形结合、分类讨论等数学思想方法解决问题等方面要求很高。这三小问不仅体现了中考对学科素养的评价导向，还体现了教师对教学培养和发展学生的数学素养的导向，真正实现初中教学是为高中教学服务的目标。

第（3）问属于“定轴动区间”问题。所谓定轴动区间，是指抛物线对称轴一定，而自变量取值范围是动态的。这个问题学生很难掌握，通常解决的方法是分情况进行讨论，对称轴在动区间外和动区间内，再加上特殊情况。

当然，教师在讲解完例3之后可以对例3进行变式训练。变成动轴定区间题目。

（4）变式：已知二次函数 $y=-x^2+mx-5$，当 $1\le x\le 4$ 时，函数的最大值和最小值分别为多少？

4 加强作图训练，解决感性与理性的飞跃问题

新课程标准四基之一是基本活动经验。基本活动经验是指经历思考、探究、实践等数学活动过程之后获得过程性知识，最终形成应用数学的意识。

在现行教材中明确提出要求“作图”或“画出图像”就有几十处，由此可见作图的重要性。然而在实际教学中，很少有老师真正去落实，教学中遇到作图时要么是一带而过，要么是干脆不提；原因很简单：中考从来不考作图题。长此以往，学生的数学意识仅仅停留在感性意识这一层面上，至

于数学理性方面就无从说起。

例 4. 函数的图像在探索函数的性质中有着非常重要的作用，小林同学根据学习函数的经验，探究了函数 $y = ax^2 + b + \frac{1}{2}x|x-2|$ 的图像和性质。

（1）表 1 给出了部分 x、y 的取值：

表 1

x	…	-2	-1	0	1	2	3	4	5	…
y	…	-2	2	4	4	2	1	0	-1	…

由表 1 可知，$a =$ ________，$b =$ _________。

（2）用你喜欢的方法在如图 1 所示的平面直角坐标系中画出函数 $y = ax^2 + b + \frac{1}{2}x|x-2|$ 的图像，并写出函数的一条 ____。

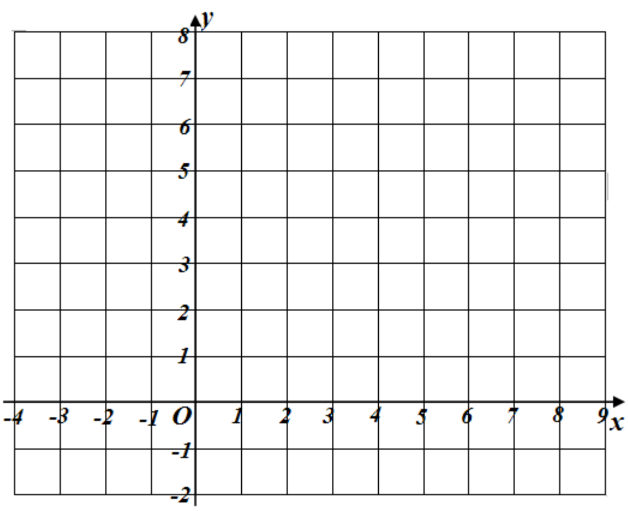

图 1

（3）若方程 $ax^2 + b + \frac{1}{2}x|x-2| = -x + m$ 恰有两个不同的实数解，请直接写出 m 的取值范围是：______________________。

设计意图：培养学生的作图能力，让学生在作图的过程中体验二次函数图像的性质。

图像辅助是解决含参函数最值的有效途径，因此对于“含参绝对值二次函数的最值问题”而言，理清函数作图的头绪是解题的关键。

去绝对值的目的是为了把问题转化为学生熟悉的两个含参的二次函数，原函数的图像应该就是两个二次函数的组合，一般呈“连体状”，两个图像的交点就是所谓的“界点”。对于二次函数来说

例 4 第三小问题干非常简单，但是出现了绝对值的符号，很多同学一看到绝对值就想要用代数的方法进行分类讨论，其实这种想法就掉进思维定式这个坑里了。这题用画函数图像的方法来解决更方便。

首先这道题目并不是要求方程根的具体值，只求根的个数，而求方程的根的个数问题就转化为求两条曲线的交点个数问题来解决，也就是说，要求根的个数就是求函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4 + \frac{1}{2}x|x-2|$ 与 $y = -x + m$ 函数图像的交点个数。首先做出抛物线 $y = -x^2 + x + 4\ (x<2)$ 与 $y = 4 - x\ (x \geq 2)$ 的图像，再做出 $y = -x$ 的图像，通过上、下平移 $y = -x$ 的图像得到与 $y = -x^2 + x + 4\ (x<2)$、$y = 4 - x\ (x \geq 2)$ 交点的个数来确定 $y = -x + m$ 图像的位置。

由图 2 可得，当 $y = -x$ 的图像平移到与 $y = 4 - x\ (x \geq 2)$ 重合开始，图像有两个交点，继续向上平移，平移到与 $y = -x^2 + x + 4\ (x<2)$ 图像相切时只有 1 个交点，即联立方程组 $\begin{cases} y = -x + m \\ y = -x^2 + x + 4 \end{cases}$，当方程组有唯一解时求出 $m = 5$，得 $4 < m < 5$。

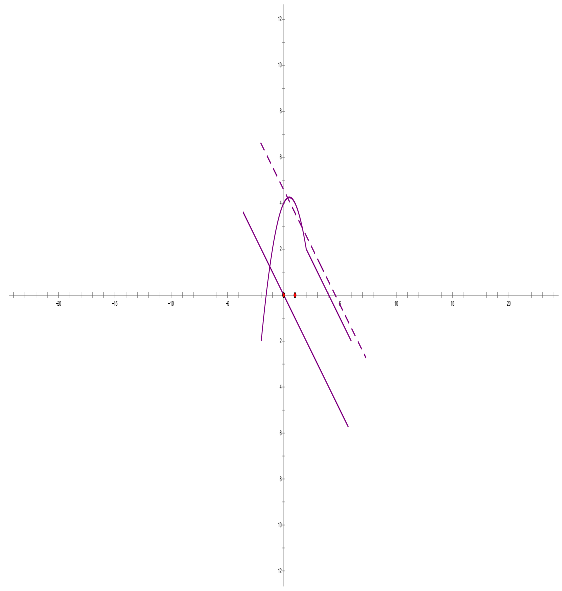

图 2

初高中数学教学的衔接，不但涉及学生，也涉及教师。作为教师，应该努力钻研初高中教材，确定教法，让衔接更加自然，更加有效。

参考文献

[1] 张蓓.从教材习题中做好初高中数学衔接[J].数学学习与研究,2019(22):137.

[2] 段春炳,傅兰英.回归基本性质,凸显核心素养[J].中学数学教学参考,2019(10):55-57.

[3] 黄宁.初中、高中数学教育的过渡衔接探究[J].数学教学通讯,2018(6):2.