

基于 GPU 并行计算在偏微分数值解教学中的探讨

Discussion on the teaching of partial differential numerical solution based on GPU parallel computing

张欣 蒋涛

Xin Zhang Tao Jiang

扬州大学数学科学学院 江苏 扬州 225002

Yangzhou University Yangzhou Jiangsu 225002

摘要:随着科技快速发展,众多领域中偏微分方程数值解都扮演着重要角色,如数学和工程领域,本文基于 GPU 并行计算对偏微分数值解教学进行分析与研究。首先,介绍了在传统编程环境中求解偏微分数值解存在的不足;其次,对采用基于 CUDA-C 语言框架的 GPU 并行计算在偏微分数值求解方面的应用进行概括;最后,描述了运用 GPU 并行计算求解偏微分方程的优点,其主要优点在于 GPU 并行极大提高了计算效率。

Abstract: With the rapid development of science and technology, the numerical solution of partial differential equation plays an important role in many fields, such as mathematics and engineering. Firstly, the shortcomings of solving partial differential numerical solution in traditional programming environment are introduced. Secondly, the application of parallel computation on GPU based on CUDA-C in solving partial differential numerical solution is summarized, this paper describes the advantages of using GPU parallel computing to solve the partial differential equation, the main advantage is that GPU parallel greatly improves the computing efficiency.

关键词: CUDA 编程; GPU 并行; 偏微分方程数值解

Keywords: CUDA programming; GPU parallelism; partial differential equation

DOI: 10.12346/sde.v3i3.3173

1. 引言

偏微分方程数值解是以数值分析为基础,在实际生活中有很广泛的应用背景,作为信息与计算科学专业的专业必修课,其数值解专门用于探究科学计算。生活中很多实际问题都相当于其定解问题,由于相应的解析解很难求得,因此利用计算机编程语言求出方程的近似解,首先按照一定的规则对求解问题的区域进行网格划分;其次在求解时选取合适的数值方法对方程进行离散处理,例如:有限元法、有限差分法、有限体积法等;最后利用编程语言求出结果,并对结果进行稳定性、收敛性分析。然而随着实际问题越来越复杂以及人们对高效率的追求,传统的计算模式已经无法满足需求,因此这一过程需要在高性能的并行计算机上进行。

目前并行的计算方法多种多样,比如:GPU、MPI、OPENMP 等,其中在计算机架构中,GPU (Graphic Processing Unit) 组件主要用来完成各类逻辑判断以及数据计算的工

作,利用并行的优势,提高处理的效率,在计算处理效率以及储存上,GPU 进行了专门的带宽设计,GPU 处理器具有高度并发的执行芯片单元,能够快速处理各类并发任务,与此同时,随着 GPU 技术的不断提高,其计算能力也在不断增强,在对编程的支持上,GPU 不仅支持动态编程还满足流水线操作,并且提供了较大的接口支撑,迅速完成不同类型的矩阵、方程的求解。因此将其与解偏微分方程相结合,进行高效率计算,成为了科研人员的研究内容。

2. 偏微分方程求解在传统实践教学中的背景

偏微分方程数值求解已经渗透到很多专业领域中去,对科技和国民经济发展也起着重要影响。为了对其进行数值求解,这就需要学习者掌握必要的编程手段。在大学的学习中,学生已经掌握了 C 语言、C++、Matlab 等编程语言。但在后续的深入学习中,由于计算结果的精确度要求越来越高,传统的实践教学模式以及编程环境已经无法满足庞大的计算量。

【基金项目】2020 年扬州大学大学生科创基金项目 (项目编号: X20200244)、江苏高校品牌专业建设工程资助项目 (数学与应用数学 PPZY2015B109)。

【作者简介】蒋涛(1978-),男,汉族,江苏扬州人,博士学位,扬州大学副教授,研究方向:“偏微分方程数值解法、计算/应用数学”。

在大规模的迭代计算中,如果计算花费时间越多,效率便会愈发低下。这时 GPU 并行计算以其高效地运算受到更多学者关注。本文的研究主要是通过 GPU 并行对偏微分方程数值求解,从而减少实际计算中所花费的时间,有效地提高效率以及结果的精确度。同时,通过完善编程语言改善求解偏微分方程数值解中的教学讲解,进而帮助学生解决复杂问题。

3.基于 GPU 并行计算进行实践教学的探究

首先,通过下面的例子了解如何利用 GPU 并行计算求解抛物型方程。

在区域 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T$ 上,考虑下面具有的初始条件和边界条件的抛物型方程。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$u(x,0)=g(x), u(0,t)=5_1(t), u(1,t)=5_2(t)$$

将区域 $[0,1] \times [0,T]$ 进行剖分,则对于节点 $(x_i, t_j), x_i = ih, t_j = j\tau$,

$\lambda = \frac{\tau}{h^2}$ 其中 h 是空间步长, τ 是时间步长, λ 为网格比。之后采用差分格式离散。其并行方法首先计算本进程负责的区域,

读取本进程计算数据;其次发送数据到其他进程或从其他进程接受数据,接着在非通信区域进行数据计算,等待通信完成后计算通信区域的数据;最后进入下一个时间层的计算。

把 $[0,1]$ 划分成若干区域,假设上述方程使用 10 个进程进行并行计算,需要把其求解区域化为 10 条带状区域,每个进程负责一条区域。在时间层上依次计算,同时,每条进程分配差不多的任务量保证在空间方向上分割的带状区域大小几乎一样,从而实现高效地计算。每个相邻进程实现数据通信,当通信与计算完毕后计算下一个时间层。

通过对偏微分方程数值解的学习,学生掌握了其中有限差分法的理论知识,对于上述抛物型方程通过交替分组显式格式设计出与二阶抛物线方程相适应的 GPU 并行算法。GPU 的并行计算需要 CPU 跟 GPU 的共同合作,CPU 主要是用于进行数据存取,提高运算效率;且 GPU 内部可分派多个不同的线程,这些线程彼此独立、并行运作。基于 CUDA-C 语言进行 GPU 并行编程既可帮助学生将所学的知识融入实践中,也可以提高学生的编程能力,让学生真切地感受到基于 GPU 并行计算所带来的高效性。

因此,可适当地开展 GPU 学习兴趣小组,在这方面的理论教学活动中做到循序渐进,在实践教学中传授学生编程方面的知识。一味的传授知识不如让学生自己动手实践,这样

不仅调动学生学习积极性的,还提高学生动手能力,切实体会 GPU 并行的计算效率。

4.GPU 并行计算本身以及运用到教学中的优点

(1)GPU 通过 GPU 多条绘制流水线的并行计算体现其高效的并行性,其能进行高密度的运算,因此 GPU 能够很好地计算密集型应用;同时 GPU 作为数据流并行处理机,在处理大规模数据流并行方面具有一定的优越性。

(2) 在求解高阶复杂偏微分方程时,需要大量的计算时间,而 GPU 可有效地进行多线程运算,采用并行技术,有利于提高计算复杂问题的效率。

(3)对于学生而言,能够帮助学生对偏微分方程数值解的基本算法和数值分析有了更深入的理解,并激发学生的科研兴趣,在求解过程中运用 GPU 并行技术可以大大提高学生的编程技术,为下一步开展科研打下坚实的基础。

(4)在教学内容与计算机时代接轨,将计算机运用融入教学中,可以更好地培养学生们的处理问题的逻辑思维能力,提高学生们的动手实践能力,使其具有计算机编程的意识。同时,该教学模式不仅帮助学生提高自身,也能使老师在教学上有所突破。

5.结束语

随着问题研究不断深入,本文对偏微分方程数值解中运用 GPU 技术进行了探究,在传统求解这类问题时,面对高阶方程或复杂算法时往往会耗时久、效率低下,但是 GPU 并行算法极大地提高了运算效率,这一并行算法的出现对于求解偏微分方程数值解教学起到广泛影响。通过循序渐进的实践教学可以帮助学习者感受编程魅力,提升学生对编程方面的兴趣以及提高处理问题的能力和动手操作能力。同时教学可以使学生融入计算机的高性能并行时代,为以后从事 IT 行业奠定基础。

参考文献

- [1] 高玉羊.基于 MPI 的并行有限差分法对几类偏微分方程的数值求解[D].青岛:青岛科技大学, 2017.
- [2] 曹建伟,徐翔,王友年.基于 GPU 求解椭圆型偏微分方程的并行算法[J].计算物理,2015,32(04):475-481.
- [3] 董铁宝.常微分方程和偏微分方程的数值解[J].电子计算机动态,1963(05):65-66.
- [4] 文斌.基于 GPU 编程优化策略及算法的研究[J].电脑编程技巧与维护,2020(10):30-31+38.