

结合《字母表示数》一课谈代数思维的培养

On the cultivation of algebraic thinking in the course of the number of letters

王晓娟

Xiaojuan Wang

北京市海淀区定慧里 中国·北京 100142

Dinghuili, Haidian District, Beijing, 100142, China

摘要: 用字母表示数是建立数感和符号意识的重要过程,是学习和认识数学的一次飞跃,对形成代数式、整式、分式和根式的一系列概念,学会各类运算的基础,应贯穿于学习数与代数的始终。学生在前期学习有了一些使用符号和字母的经验,但对于字母表示数的概括性理解有困难,而此恰恰是学生从算术思维走向代数思维的关键。因此,笔者就结合《字母表示数》一课的教学实践谈如何培养学生的代数思维。

Abstract: Using letters to express numbers is an important process of establishing number sense and symbol consciousness. It is a leap in learning and understanding mathematics. It is important to form algebraic, integral, fractional and symbolic expressions A series of concepts of the radical formula, the basis of learning all kinds of operations, should run through the study of numbers and algebra. Students have some experience with symbols and letters in the early stages of learning, However, it is difficult for students to understand the general representation of letters, which is the key for them to move from arithmetic thinking to algebra thinking. Therefore, the author combined with "Letter Representing Numbers" How to cultivate students' algebraic thinking is discussed in the teaching practice of a lesson.

关键词: 字母表示数; 代数思维

Keywords: letter number; Algebraic thinking

DOI: 10.36012/sde.v3i1.2865

2001年颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》中将“数与代数”作为四个内容领域之一,这是我国历史上首次将“数(算术)”与“代数”的学习作为一个教学内容。仅就文本而言,这体现出加强算术与代数之间的联系的理念,即,这种处理旨在强调“从算术向代数的过渡”,其实这也是义务教育整体性与一贯性的必然反映。在《义务教育数学课程标准(2011年版)》中也延续了这种理念与要求。在《义务教育数学课程标准(2011年版)解读》中指出:数域代数学习内容的主线是:从数及数的运算到代数式及其运算,再到方程和解方程、函数……其中用字母表示数是建立数感和符号意识的重要过程,是学习和认识数学的一次飞跃,对形成代数式、整式、分式和根式的一系列概念,学会各类运算的基础,应贯穿于学习数与代数的始终。

算术思维着重的是利用数量计算求出答案的过程,这个过程具有情境性、特殊性、计算性的特点,甚至是直观的。而代数思维就其本质而言是一种关系思维,它的要点是发现

(一般化的)关系和结构,以及明确这些关系与结构之间的关系。代数思维的运算过程是结构性的,侧重的是关系的符号化及其运算,是无法依赖直观的。结构化、符号化、抽象化及概括化是代数思维的特点。

因此,本文笔者将结合“字母表示数”一课探讨在小学阶段如何帮助学生更好进行代数思维的培养。

1 《字母表示数》一课的价值分析

1.1 《字母表示数》是北师大版四年级下册第七单元《认识方程》第一部分的内容

教材通过“青蛙儿歌”、“母子年龄”和“摆小棒”学生既熟悉又喜欢的内容,为学生创设了深入、透彻理解字母表示数的意义的情境,同时也解决了学生学习兴趣的问题。在“母子年龄”和“摆小棒”的情境中不仅用字母表示一个量,同时又用含有字母的式子表示另一个量(关系)。这既是学生学习的难点又是学习本单元第二部分《方程》的生长

【作者简介】 王晓娟,女,大学本科,职称:高级教师,从事问题引领学习、学生自主学习力发展与培养研究。

点。可以说《字母表示数》不仅是本单元的起始课，更是承上启下的重点课。

1.2 正确理解用字母表示数的意义，不仅是跨进代数大门的关键一步，也是学好数学基础知识的基本要求

用字母表示数，可以把一些定律、公式简明地表示出来，例如，两数相乘，交换因数位置，其积不变，这条定律就可以用字母表示成 $ab=ba$ ；又如利用字母可以简明地表达了三角形的底、高和面积之间的关系。

1.3 用字母表示数有助于揭示概念的本质特征，能使数量之间的关系更加简明，更具有普遍意义

使思维过程简约化，易于形成概念系统。

1.4 有助于培养孩子的抽象概括能力，发展孩子思维的灵活性

因为对小学生来说，从具体事物的个数抽象出数是认识上的一个飞跃，现在由具体的、确定的数过渡到用字母表示抽象的、可变的数，更是认识上的一个飞跃。而且，在用字母表示未知数的基础上，使孩子解决实际问题的数学工具，从列出算式解发展到列出方程解，这又是数学思想方法认识上的一次飞跃，它将使孩子运用数学知识实际问题能力提高到一个新的水平。

1.5 有利于加强中小学数学的衔接

让孩子初步接触一点代数知识，能使孩子摆脱算术思维方法中的某些局限性（逆向思考，未知数不参加运算，等于缺少一个条件，思维的步骤增加），为进一步学习代数知识做好认识的准备和铺垫。

基于以上所述“字母表示数”一课时的内容能够帮助学生形成代数思维。而学生的情况如何呢？笔者对学习此课前的学生结合以下题目对学生进行了调研。

2 学生情况分析

对四年级（1）班学生进行的调研，调研学生35人，内容及数据分析如下：

2.1 调研题目

2.1.1 针对学生曾使用字母表示情况的调研：

(1) $\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = 12$ $\bigcirc =$ $n \times 5 = 15$ $n =$

(2) 用字母表示乘法交换律是：

(3) 用字母表示正方形周长是： 面积是：

2.1.2 针对学生是否能主动使用字母的调研：

1 只螃蟹，1 张嘴，2 只眼睛，8 条腿。

2 只螃蟹，2 张嘴，4 只眼睛，16 条腿。

3 只螃蟹，__张嘴，__只眼睛，__条腿。

……

(1) 你能仿照上面的话继续写一句吗？

(2) 你能概括的表示上面的内容吗？

2.2 调研数据及分析：

2.2.1 调研题目 1

(1) 调研数据：第一小题的正确率为 100%；第二、三两道小题，有 88.6%（31 人）的学生知道用字母表示。其中，第二小题有 17.1%（6 人）的学生能正确表示；第三小题中对周长的字母表示正确率为 31.4%（11 人），对面积的字母表示正确率达到 28.6%（10 人）。

(2) 调研分析：由以上结果可以看出学生能够理解一些图形符号、字母可以表示数，并会根据算式的意义找到这些符号对应的数。在被要求用字母表示乘法交换律、正方形周长与面积时，大多数学生会选用一些常用字母（如： a, b ）按照自己的理解来表示。因此，能够准确表示的只是少数人。

对于运算定律的字母表示，在小学没有特别的显现作用，学生只要了解即可。对于正方形周长、面积的计算公式，在淡化公式，减少学生负迁移的背景下，学生较少能够准确表示，也是很正常的。

2.2.2 调研题目 2

(1) 调研数据：填空题：前 2 个空正确 100%；后 1 个空正确：80%。错误的 7 人中 6 人为填写 32 条腿。

第一小题的正确率为 68.6%（24 人），问题主要是没理解题意，写成了换内容的仿写，如：1 只青蛙，1 张嘴，2 只眼睛，4 条腿；1 只小狗，1 张嘴，2 只眼睛，4 条腿等等。

第二小题的学生能够有多种不同的形式进行表示，如文字、符号以及字母。但用字母表示仅为 23%。

(2) 调研分析：学生在续写的题目中正确率较高，说明学生对于数量间的倍数关系较为敏感。虽然对于“概括整段内容”的问题，在没有任何提示的前提下，只有极少数学生想到用字母来表示（这部分学生是课外学习的）。这是因为在学习《认识方程》单元之前，学生接触的都是“数”，在没有数的情况下，就只剩文字了。现在要出现“字母”，把字母与数



之间建立联系,又要让学生接受“含有字母的式子”表示结果,确实有难度,这也正是学生从算术思维走向代数思维的关键。

因此,笔者根据对内容和学生的分析结合《字母表示数》一课的教学实践从以下几个方面谈如何培养学生的代数思维。

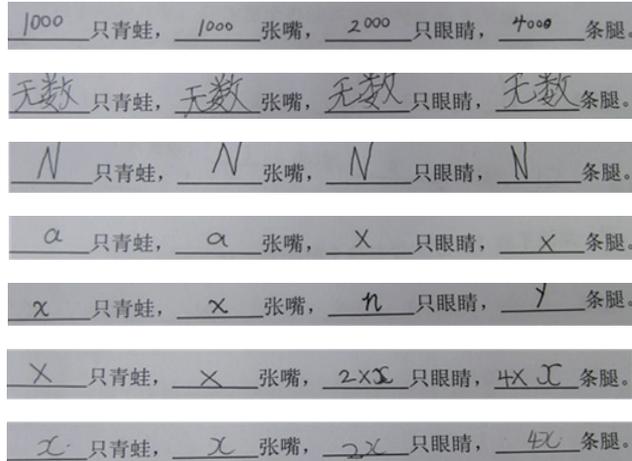
3 结合教学实践,培养学生代数思维

3.1 借助情境,关注由具体到一般的抽象概括过程,培养代数思维

在教学过程中出示主题情境图,在学生愉快的有规律的学儿歌的过程中,引导学生发现,永远也说不完,你们能想个办法吗?自然的引导学生关注有具体的1只,2只,3只……到一般的抽象概括。

教学时要充分利用学生原有的相关认识基础,关注由具体实例到一般意义的抽象概括过程。无论是学习用字母表示数量关系,还是学习方程的概念或等式的性质,既要发挥具体实例对于抽象概括的支撑作用,又要及时引导学生超越实例的具体性,实现必要的抽象概括。

就思维过程而言,由具体的数组成的式子过渡到含字母的式子是从个别上升到一般的抽象化过程,而把具体的数代入含字母的式子求它的值,则与上述过程相反,是从一般



到个别的具体化过程。因此求含字母式子的值,可以帮助孩子更好地理解用字母表示数的意义,而且代入求值的技能不仅在代入各种公式计算时有用,在解方程验算时也要用到,需要在开始接触字母公式时就进行练习,所以它是用字母表示数的重要学习内容之一。

3.2 利用生成,经历由具体到一般的抽象概括过程,培养代数思维

在学生独立的思考,表达后,收集学生的作品(下图),展示学生不同的概括方式,经历不同的具体到一般的抽象过程,在对比分类辨析中,培养代数思维。

呈现方式是集中呈现,多种表达方式的同时呈现,便于学生对比思考,每个学生都经历不同的角度,在讨论中对于数与字母的联系与区别,字母表示的概括性有所感悟。同时,从学生的作品不难看出,学生对于字母表示数的不同层次的理解。

正如:英国关于儿童数学概念发展水平的研究表明,学生对字母表示数的理解方式可以概括为六个水平:1.一看到字母,就直接赋予它一个数值;2.对题中的字母视而不见,不理睬,或者承认其存在,但不赋予它任何意义;3.把代数式中的字母看作具体物体的记号,或直接看作物体;4.把字母看作特定的未知量,这时字母在儿童心中是某个(具体的)未知数的记号,可以直接参与运算;5.把字母看作广义的数,这时,在儿童心中字母是数,而且可以取多个值;6.把字母看作变量,即儿童把字母看作可在一定范围内的变数,两组这种数之间有一种系统的关系。

研究还表明,只有少部分学生把字母看作广义的数,把字母看作变量的就更少了。大多数学生把字母当作具体的对象。“字母表示数”,是一个非常丰富而又“难产”的概念。由此,要建立这样的认识:学生就要经历从用数字表示数到用字母表示数的过程,积累经验,让学生在具体情境中反复体会用字母表示数的意义。此环节学生的独立尝试,表达较

为完整的经历了这一过程,体会字母表示数的概括性,培养了学生的代数思维。

3.3 多角度理解,深入感受用字母表示数的概括性,培养代数思维

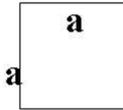
在学生通过讨论,对于用字母表示数,含有字母的式子还可以表示关系有了一定的认识后,借助 a , $4a$ 的深入认识。

1. 青蛙儿歌中的 $a, 4a$ 表示什么呢? 体会字母表示数,表示结果,还表示关系!

2. 想一想 $a, 4a$ 除了可以表示青蛙只数和青蛙腿数,还可以表示什么?

3. 出示:正方形引导学生思考。

(1) 正方形周长:看一看,用 a 表示什么?(正方形边长) $4a$ 是什么意思?(正方形周长)在数学上,通常用 c 表示周长,正方形的周长公式可以概括成 $c=4a$ 。



(2) 正方形面积公式:认真观察图形,你又想到了什么?(正方形的面积)正方形面积怎么求?(边长 \times 边长)如果用 s 表示面积,正方形面积的公式可以表示为 $s=a^2$ 。

(3) 思考 $4a$ 表示什么? a 还可以表示什么?

(4) 借助笑笑今年 9 岁,笑笑妈妈今年 36 岁,她们两

个的年龄可以用 a 和 $4a$ 表示吗? 这一问题引导学生在辨析中体会不能只看一组数据的表面关系,要考虑所有情况,找到内在的本质关系,再次体会概括性。

此环节多个层次、多角度理解,深入感受用字母表示数的概括性,培养学生的代数思维。

总之,笔者结合《字母表示数》一课的教学实践,注重以学生为主体,结合情境,由学生自己表示,用以展示学生原生态的知识基础,引导学生进行生生交流讨论,师生讨论,得出一致的结论,即用字母表示数,由关注概括性,经历不同的概括性,认识含有字母的式子即表示结果又表示关系,体会到字母表示数的高度概括性及广泛的应用性,培养学生的代数思维。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准. 北京师范大学出版社
- [2] 义务教育数学课程标准(2011年版)解读. 北京师范大学出版社
- [3] 刘加霞. 小学数学课堂的有效教学. 北京师范大学出版社
- [4] 北京师范大学出版社. 义务教育教科书. 数学. 四年级(下册)

(上接第 76 页)

对性训练的问题,降低了学习者的学习成本。同时,构建的系统可以为教师提供在线出题服务,能够减轻教师的工作压力,为教师节省更多的时间,使教师可以将时间和精力投身于更需要的教学活动中。

总体来说,本研究可以智能化批量生成大部分小学数学应用题题型,许多学习困难或需要练习的学生能够进行强化学习,通过练习应用题帮助学生回忆关联问题的语义性质,培养学生的逻辑思维能力和提升学生的解题能力。虽然

学生采用基于模板的方法进行题目练习后解题能力上有了明显的提高,但从根本上说,教师的教学策略才是学生对数学学习和理解数学应用题至关重要的因素。

参考文献

- [1] 邢艳春,段君丽. 小学数学应用题“问题—建模—应用”教学模式[J]. 长春教育学院学报, 2011(7): 115-116.
- [2] 李新宇,李伟健. 小学数学学习困难学生加减应用题的补救教学[J]. 中国特殊教育, 2004, 000(012).