

课程思政背景下高等数学的教学研究 ——以“常数项级数的相关概念”为例

The Teaching Research of Higher Mathematics under the Curriculum Ideological and Political Background

—— Take "Related Concepts of constant term series" as an example

张钰婷
Yuting Zhang

西安交通工程学院 中国·陕西 西安 710300
Xi'an traffic Engineering institute, Xi'an, Shanxi, 710300, China

摘要: 论文以《高等数学》无穷级数中常数项级数的相关概念为例,探索实践课程思政与高等数学的融合。通过复习数列求和的知识点,引出常数项级数的相关概念。具体按照“回顾旧知—引入新知—典例分析—总结思考”进行教学设计,引导学生在学习新知识的过程中,提升学生的学科素养,指导学生树立正确的世界观、人生观,培养学生用联系发展的眼光看待世界,激励学生用踏实稳健的步伐迈向目标。

Abstract: This paper takes the related concepts of constant term series in "Advanced Mathematics" infinite series as an example to explore the integration of practical curriculum ideology and advanced mathematics. Through reviewing the knowledge point of summation, the related concept of constant term series are drawn. The teaching design is specifically based on "reviewing old knowledge-introducing new knowledge-analyzing typical examples-summarizing and thinking" to guide students in the process of learning new knowledge, improve their disciplinary literacy, guide students to establish a correct outlook on the world and life, and cultivate students to use connections Look at the world with a developmental perspective, and encourage students to use a steady and steady pace towards their goals.

关键词: 课程思政;常数项级数;高等数学教学

Keywords: curriculum ideological and political; constant item series; advanced mathematics teaching

DOI: 10.36012/sde.v2i5.2125

1 引言

在教学中融入课程思政是一个重要且需要不断学习改进的新课题。高等数学作为经管类,理工类专业重要的公共基础课程,将思政元素融入高等数学有重要的意义。

论文以常数项级数的相关概念为切入点,探索在高等数学教学过程中,如何恰当合理的融入课程思政元素,在提高学生学习的积极性与探索性的同时,推动高等数学课程思政的教学实践。

2 常数项级数概念教学设计

2.1 回顾旧知

回顾中学时学习过的数列求和,给定数列 u_1, u_2, \dots, u_n , 则数列的前 n 项和 $s_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$, 数列求和是有限个数相加的

表达式。求数列和 s_n 的方法较多,大家熟知的有公式法、倒序相加法和错位相减法等。

大家只会计算有限个数的和,如果遇到无穷多个数相加的表达式,那相加的结果一定是无穷大吗?有可能是具体的常数吗?

2.2 引入新知

2.2.1 常数项级数

给定一个数列 $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ 则由这个数列构成的表达式

$u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$ 叫做常数项无穷级数,简称级数,记为 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$

$n \in \mathbb{N}^+$, 即 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$, 其中第 n 项叫做级数的通项(或一般项)。

【作者简介】张钰婷(1991~),女,陕西韩城人,助教,从事数学教学研究。

级数的定义是形式上的定义,无穷多项相加是级数的本质。级数的参与者是数列的项,级数的通项就是数列的通项。

如:(1)级数 $1+2+\cdots+n+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty} n$

(2)级数 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n}+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

应该如何理解无穷多项相加的结果呢?

可以尝试这样一个思路,借助学过的数列求和的知识,利用有限个数的和来帮助理解无限个数的和的问题。

2.2.2 级数的部分和

作级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的前项和 $s_n=\sum_{i=1}^n u_i=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_n$, 称为级

数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的部分和(或前 n 项和)。这里的 s_n 和中学学习的数列求和是一致的。

由此可见对于新知识,人们并不是一无所知。

讲到这里,启发引导学生树立正确的世界观。明确世界上一切事物都处于普遍联系之中,没有任何一个事物孤立地存在。新知识不是孤立存在的,每个人也不是孤立存在的,每个人与周围的所有事物有着复杂的联系。生活学习中遇到问题,大家要善于观察事物之间的相互联系,用联系的观点看待问题,借助事物之间的联系解决问题。

2.2.3 级数敛散性定义

对于部分和 s_n , 当 n 取不同的值时,会得到部分和数列 $\{s_n\}$, 由部分和数列有无极限,给出级数敛散性的定义。

如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的部分和数列 $\{s_n\}$ 有极限 s , 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, 则

称无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 是收敛的, 这时极限值 s 叫做级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的

和, 即 $s = \sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n + \cdots$;

如果 $\{s_n\}$ 没有极限, 则称无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 是发散的, 发散级数没有和。

当级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛时, 部分和 s_n 是级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的和 s 的近似

值, 它们之间的差值 $r_n = s - s_n = u_{n+1} + u_{n+2} + \cdots$, 叫做级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的余项。显然, 当级数收敛时, $n \rightarrow \infty, r_n \rightarrow 0$ 。

从上述定义可知,级数是利用极限来研究的,可以理解成是一种新的极限形式。

回顾本节课学习的过程,用数列求和引入级数的概念,进一步研究级数的结果,借助数列的极限知识,由 $\{s_n\}$ 有无极限给出级数敛散性的定义,得到 $\{s_n\}$ 的极限值就是级数的和。

至此,解决了本节课一开始提出的“无穷多个数相加,结果如何”这个思考题,也将常数项级数概念学习清楚了。

讲到这里引导学生认识,世界不是即成事物的集合体,而是过程的集合体。事物的发展是一个过程,只有经过一定的过程,事物才能实现自身的发展。这就要求人们要用发展的眼光,历史的眼光,长远的眼光去看问题,看社会,看人生。对待学习也是如此,学习的过程并不是一蹴而就的,是层层递进,环环紧扣的。这也就要求大家要牢固树立正确的人生观、价值观,坚定理想信念,树立明确的目标(学习级数),借助已有的知识能力(数列求和,极限知识),循序渐进,一步一个脚印,认真的完成,得到想要的结果。

2.3 典例分析

例 1. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ 的和。

分析:由定义可知求级数的和,就是计算部分和数列 $\{s_n\}$ 的极限值。

$$\text{解: } s_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} = \frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

$$\text{因 } \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{2^n}) = 1$$

可知级数是收敛的,且级数的和是 1。

例 2. 讨论等比级数 $\sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1} = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1} + \cdots (a \neq 0)$ 的

敛散性。

$$\text{解: 可知部分和 } s_n = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1} = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

当 $|q| < 1$ 时, 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$, 故 $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a}{1-q}$, 级数收敛;

当 $|q| > 1$ 时, 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$, 故 $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, 级数发散;

当 $|q| = 1$ 时, 有 $s_n = na$, 故 $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, 级数发散;

当 $|q| = -1$ 时, 有 $s_n = \dots$, 故 $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ 不存在, 级数发散;

因此当 $|q| < 1$ 时, 级数收敛; 当 $|q| \geq 1$ 时, 级数发散。

这里选了2个简单的典型例题,不仅巩固了概念,还熟悉了用定义证明级数敛散性和求级数和的思路和步骤。

2.4 总结思考

本节课大家学习了常数项级数的定义,再由部分和数列引出级数敛散性的定义,部分和数列有极限,级数就是收敛的,其极限值是级数的和。

由级数敛散性的定义可以很容易的得出结论:若一个级数 $u_1+u_2+u_3+\dots+u_n+\dots$ 是收敛的,其一般项必满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ 。反过来,如果 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$,那么级数 $u_1+u_2+u_3+\dots+u_n+\dots$ 是否一定收敛呢?

思考如下问题,判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ 的敛散性。那对于这个级数应该用什么方法来判断?提示可以预习下节课的学习内容。

3 结语

课程思政融入教育教学,是素质教育必不可少的一部分,是实现教育“立德树人”的重要途径。论文以《高等数学》教材中常数项级数的知识点为切入点,在引导学生学习学科知识

的同时,挖掘出两方面的思政元素——一个是正确的世界观,联系发展的观点,一个是正确的人生观,坚定理想信念的观点。使学生了解到,整个世界是一个由千差万别丰富多彩的事物联系起来的整体,并且是不断运动、变化、发展的过程。因此,在认识问题、认识社会或自己时,要秉持联系的、发展的理念,坚定自己的理想信念,脚踏实地,循序渐进地向目标奋进。

总之,在高等数学教学中融入课程思政教育,是一个需要不断探索和完善的课题,需要每一位教育工作者在教学过程中不断地研究与实践。

参考文献

- [1] 常在斌,胡珍妮.高等数学(第1版)[M].北京:高等教育出版社,2019:215-223.
- [2] 同济大学数学系.高等数学(第七版)[M].北京:高等教育出版社,2014:251-258.
- [3] 邢治业.从案例教学视角探讨课程思政与高等数学的融合策略[J].科技文汇,2020.4(下):71-72.
- [4] 冯颖.常数项级数概念的微课教学设计[J].高等数学研究,2017.5:17-1.
- [5] 胡水玲,张团结.“课程思政”背景下高职高等数学教学设计与教学方法研究[J].职教思政,2020.3:23-24.

(上接第108页)

小组成员根据讨论的协作技巧、词汇语句进行写作,将写作和大学英语精读、听说联系起来,还可以由具备相关联系的小项目构成,以及贯穿于整个学期等过程的大项目。

6 结束语

综上所述,在中国新课程教学改革的大背景下,教师需要注重学生核心素养的培养,实行项目教学法,明确大学英语写作教学的目的和过程,根据项目教学法要求对英语写作过程进行划分。在英语写作全过程中,教师需要发挥自身的引导作用,引导学生积极参与到教学中,并使学生进行共同探讨,提

高学生的英语写作水平。

参考文献

- [1] 穆蔓青.项目教学法在大学英语写作教学中的实践研究[J].课程教育研究,2017(16):126.
- [2] 李冰.项目教学法在大学英语写作教学中的应用研究[J].中国多媒体与网络教学学报(下旬刊),2019(11):57-58.
- [3] 刘海清,李洁.项目教学法在大学英语写作教学中的应用研究[J].赣南医学院学报,2016,36(5):790-791+797.