

# 探究三角高程测量技术在地铁轨道 CP III 控制网中的应用

## Exploration on the Application of Trigonometric Leveling Technology in the Subway Track CP III Control Network

陈冲冲

Chongchong Chen

中交二公局铁路建设有限公司 中国·陕西 西安 710000

CCCC Second Highway Engineering Co., Ltd., Xi'an, Shaanxi, 710000, China

**摘要:** 城市轨道交通是当今社会城市公共交通运输的主力军, 是市民出行最方便、最环保、最快捷的交通工具。那么在轨道工程施工时, 就要提高测量控制精度、优化测量技术方法、提高测量效率以保障轨道的平顺性和车辆的稳定性。论文结合中交二公局杭州地铁 10 号线轨道工区在轨道 CP III 控制网测量中, 用全站仪中间设站自由网三角高程测量技术代替传统的二等水准测量进行探讨。

**Abstract:** Urban rail transit is the main force of urban public transport in today's society, and is the most convenient, environmentally friendly and fastest means of transportation for citizens. In order to ensure the smoothness of the track and the stability of the vehicle, it is necessary to strengthen the measurement control accuracy, optimize the measurement technology and improve the measurement efficiency during the track construction. This paper discusses how to replace the traditional second order leveling with the trigonometric leveling technology of free network with total station in the middle of the CP III control network survey in the track work area of Hangzhou Metro Line 10 of CCCC Second Highway Engineering Co., Ltd.

**关键词:** 测量技术; 地铁轨道; 应用

**Keywords:** measurement technology; metro track; application

**DOI:** 10.12346/etr.v4i11.7311

## 1 引言

一般的单向三角高程测量方法是通过观测两个测点的倾斜距离和垂直直角来计算两点之间的高差。其观测方法受地形环境影响较小, 测量效率高于水准测量, 观测方法简单, 办公计算量小。这是施工放样和高程测量的首选方法。在地铁轨道施工 CP III 控制网测量中, CP III 控制点一般布置在距盾构管片底板 2m 的高度, 以满足强弱电专业施工净空的要求, 这给 CP III 网的平整带来了很大的困难。显然, 该高度的点不能再用于二次找平。重新启动高程控制网络需要时间, 不能与 CP III 平面网络一起使用。鉴于上述情况, 我们采用全站仪中间站三角高程测量法同时观测 CP III 平面网和 CP III 高程网。使用中间站三角高程测量可以很好地抵消或减弱球面像差对垂直直角观测的影响。同时, 与平面

测量数据进行合理匹配, 以确保 CP III 型控制网的稳定性和均匀性<sup>[1]</sup>。

## 2 杭州地铁 10 号线 CP III 网型布设方法

杭州地铁 10 号线 CP III 测量标志预埋件采用精密加工, 不锈钢金属材料制作, 强制对中标志和标志连接件的安装空间位置偏差 (与设计图纸所标尺寸的偏差)  $< \pm 0.5\text{mm}$ 。一般情况下, 纵向沿线路每 60m 布置一对 CP III 控制点, 在小半径曲线地段根据内业计算, 在满足前后视通视的情况下, 可缩短到 30m 一对。CP III 控制点预埋件水平埋设在管片侧边, 高出设计轨顶高 1.3m 的高度 (目的是避开疏散平台、电缆支架、消防管道等设备)。车站埋设在站台板廊檐, 埋设原则为地点稳固、不易破坏、便于观测。

【作者简介】陈冲冲 (1995-), 中国陕西西安人, 本科, 助理工程师, 从事工程管理研究。

### 3 单向测站三角高程测量原理

如图 1 所示, 假设 A、B 为地面上高度不同的两个水准点。已知点 A 高程是  $H_A$ , 未知点 B 点的高程  $H_B$ , 根据公式  $H_B - H_A = h_{AB}$  得知只要再测出 A、B 两点间的高差  $h_{AB}$  就可以求出 B 点的高程。图 1 中, 设 S 为 A、B 两点间的斜距;  $\alpha$  为在 A 点观测 B 点时的竖直角;  $i$  为测站点的仪器高,  $v$  为棱镜高;  $H_A$  为 A 点高程,  $H_B$  为 B 点高程,  $S \cdot \sin \alpha$  为全站望远镜和棱镜之间的高差  $h_{AB}$ , 考虑到大气折光误差的影响, 则:

$$H_B = H_A + S \cdot \sin \alpha + i - v + C (S \cdot \cos \alpha)^2 \quad (3.1)$$

式中, C 为球气差系数。

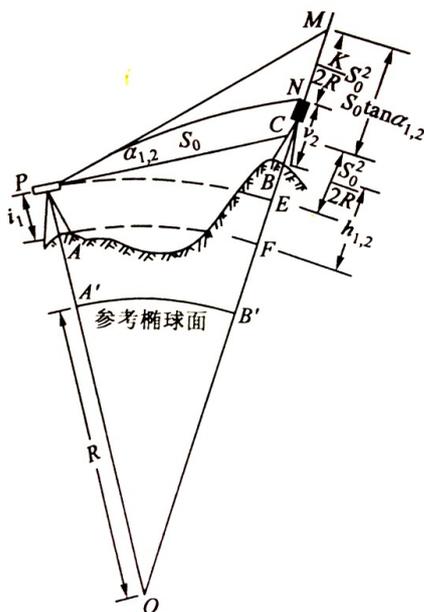


图 1 三角高程测量示意图

### 4 自由测站三角高程测量误差分析

在全站仪三角高程测量中, 许多外部因素经常影响观测结果, 导致测量精度的损失; 如垂直角观测误差、倾斜距离观测误差、仪器高度和目标高度的测量误差、大气折射误差、仪器本身的系统误差等。采用高精度全站仪时, 垂直直角和倾斜距离的观测误差相对较小。仪器高度和目标高度也可以通过差分观测来抵消。因此, 三角高程观测的主要误差源是大气折射误差。

在地铁 CP III 网三角高程测量时, 由于 CP III 控制点布设位置比较高, 无法设站进行对向观测来消除球气差的影响, 因此还需要通过对大气折光影响观测精度的情况进行探究。

在 1 号点架设仪器的高差观测值为:

$$h_{12} = S_0 \cdot \tan \alpha_{12} + CS_0^2 + i_1 - v_2 \quad (4.1)$$

式中,  $S_0$  为 1、2 点间的水平距离;  $i_1$  为仪器高度;  $v_2$  为棱镜高; C 为球气差系数。

C 与 K 的关系为:

$$C = (1 - K) / 2R \quad (4.2)$$

式中, R 为测区地球平均曲率半径。经查表, 杭州地区取值为  $R = 6367000m$ 。

在 2 号点架设仪器的高差观测值为:

$$h_{21} = S_0 \cdot \tan \alpha_{21} + CS_0^2 + i_2 - v_1 \quad (4.3)$$

将式 4.1 与 4.3 相加移项得:

$$K = 1 + (h_{12} + h_{21})R / S^2 \quad (4.4)$$

根据现场测得的对向高差观测值, 我们可以推算出距离 S 和大气折光系数 K 之间的函数关系。

在 CP III 测量前, 我们对洞内交桩导线点进行了对向三角高程观测, 得到地铁中与距离 S 对应的 K 值如图 2 所示。

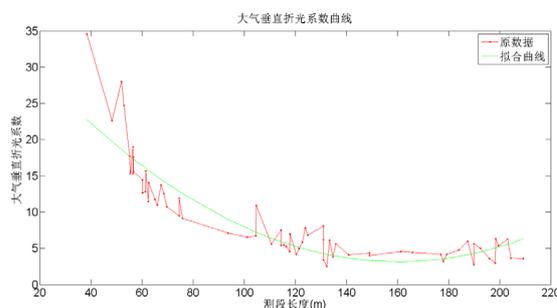


图 2 地铁 K 值分布曲线

经过计算, 可以看出地铁中大气折光系数 K 随距离 S 的增加而减小, 但是较常用的  $K = 0.13$  对比, 地铁中的 K 普遍较大, 这与地铁中环境复杂, 空气湿度高的具体情况相关。

特别是在距离较短的边中, K 的值呈现数值大、变化快的特点, 加了改正之后也不能得到很好的结果。

因此, 在地铁三角高程平差中, 单纯地通过改正平均折光系数是无法大幅度提高观测精度, 还需要对其观测网型进行分析。

### 5 自由测站三角高程测量网型分析

用中间自由测站法三角高程测量原理对图 1 的图形进行优化。优化的基本原理是, 每一测站到其周围 8 个 CP III 点都有一个相对高差, 以其中一个 CP III 点为起算点, 就能求出该点到其他 7 个相邻 CP III 点的高差。

优化后多个测站, 每个测站都含有不同测站测得的 3~4 个差分观测值, 这种情况应当考虑在平差处理的过程中, 在平差时采取独立观测的距离加权平均值作为最终高差<sup>[2]</sup>。

差分观测值误差分析:

假定相邻两个 CP III 点 j、i 的高程改正数分别为  $\hat{x}_j$  和  $\hat{x}_i$ , 近似高程分别为  $\bar{X}_{j0}$  和  $\bar{X}_{i0}$ , 高程平差值分别为  $\hat{X}_j$ 、 $\hat{X}_i$ , 通过中间测站观测出 A 测站到 CP III 点 j 和 i 的相对高差为  $h_j$  和  $h_i$ , 计算出 j 与 i 的间接高差为  $h_{ji}$ , i、j 之间的高差改正数为  $V_{hji}$ , 则观测值误差方程为:

$$h_{ij} + v_{hij} = h_j - h_i = (\bar{X}_j - A_j) - (\bar{X}_i - A_i) = \bar{X}_j - \bar{X}_i \quad (5.1)$$

$$h_{ij} + v_{hij} = \hat{x}_j - \hat{x}_i + \bar{X}_{j0} - \bar{X}_{i0} \quad (5.2)$$

整理公式, 得误差方程为:

$$v_{hij} = \hat{x}_j - \hat{x}_i - (h_{ij} - (\bar{X}_{j0} - \bar{X}_{i0})) \quad (5.3)$$

考虑球气差的影响, 得到误差方程为:

$$v_{hij} = \hat{x}_j - \hat{x}_i - (h_{ij} + (C_j - C_i) - (\bar{X}_{j0} - \bar{X}_{i0})) \quad (5.4)$$

则 i 点的球气差  $C_i$  与 i 点的竖直角、斜距关系为:

$$C_i = (1-K) * (S_i \cos \alpha_i)^2 / 2R \quad (5.5)$$

5.5 式中,  $R$  为地球曲率半径;  $K$  为大气折光系数;  $\alpha_i$  为测站到 i 的竖直角;  $S_i$  为测站到 i 的斜距。

上述差分高差观测值是使用测站 A 到 CP III 点 i, j 之间的直接高差进行求差得到的, 因此两相邻 CP III 点 j 和 i 的相对高差为:

$$h_{ij} = S_j * \sin \alpha_j - S_i * \sin \alpha_i \quad (5.6)$$

## 6 差分观测的高差成果选取与剔除

对于球气差  $C_i = (1-K) * (S_i \cos \alpha_i)^2 / 2R$  来说, 大气折光率  $K$  与观测时的外界地形和气象环境密切相关, 在实际测量时只能通过修测量仪器的改气因素 (如大气 ppm、几何 ppm) 来改正球气误差。图 3 为单测站形成优化后 CP III 三角高程网。

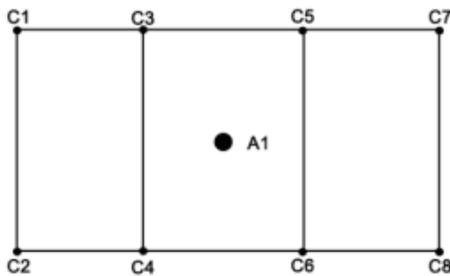


图 3 单测站形成优化后 CP III 三角高程网

在网型图中, 因为我们由单向观测值组合而成了差分观测值, 如式 (5.6) 所示。因为在 CP III 三角高程测量中折光影响与距离的平方成反比, 因此在两个单向观测值的距离相等或相近的情况下, 网型图中组合而成的差分观测值可以很大程度上抵消大气折光误差的影响。

现对原网型图的观测值进行分析, 将网型 4.1 中的差分观测值分为两类:

纵向观测值:

$H_{56}$  为纵向观测值, 其特点是每一测段含有 3~4 个不同测站形成的差分高差,  $H_{56}$  包含有 A1、A2、A3 三个测站的高差观测值。A1、A3 组成差分观测值的过程中, 两段高差 (如  $H_{A1-C3}$ 、 $H_{A1-C5}$ ) 距离并不相等, A2 测站的两端高差距离大致相等。

横向观测值:

$H_{56}$  为横向观测值, 其特点是每一测段含有 3~4 个不同测站形成的差分高差,  $H_{56}$  包含有 A1、A2、A3 三个测站的差分观测值。每个测站组成差分观测值的过程中, 两端高差 (如  $H_{A1-C5}$ 、 $H_{A1-C6}$ ) 的距离都相等。

通过平差软件对闭合环的搜索情况进行对比, 纵向搜索的闭合环超限概率远大于横向搜索的闭合环超限概率。纵向观测值较容易超限的原因是由于纵向观测值的多个测站差分观测值中, 含有因为两个单向观测值距离不相等, 不能抵消球气差的缘故。测站 A1 和测站 A3 组成差分观测值, 两段高差 (如  $H_{A1-C3}$ 、 $H_{A1-C5}$ ) 距离并不相等, 导致球气差不能够抵消, 甚至可能增大。这样误差较大的观测值的引入, 会影响能够抵消球气差的 A2 测站的差分观测值, 降低本测段综合观测值的精度。

反观横向观测值, 每一个测站组成差分观测值的过程中, 两端高差 (如  $H_{A1-C5}$ 、 $H_{A1-C6}$ ) 的距离都相等, 能够很好地抵消掉球气差的影响, 得到的测段综合观测值也更为准确。

综合上述分析, 可以对两组网型进行综合改进。

改进后的纵向观测值剔除了对观测质量影响较大的距离较远测站的观测值 A1、A3, 只采用能够抵消球气差的测站观测值, 如 A2 测站。

## 7 分析与结论

纵向观测值容易受到球面空气差的影响。为了尽可能消除这种影响, 建议在 CP III 现场勘测期间, 观测站应尽可能设置在 CP III 网络的中心。这可以确保测量站到 CP III 点的距离很近, 使用中间方法时可以尽可能消除球形气体差, 使测量结果更准确<sup>[3]</sup>。

自由站三角高程测量法控制网测量利用轨道 CP III 控制网形状规则和对称特性, 以测量站为中心, 找出主测站中对称的 CP III 点对; 然后根据站点到 CP III 控制点对的相对高差, 计算 CP III 对控制点的绝对高程。这种网络处理方法在理论上可以更好地减少地球曲率和大气折射对高程观测的影响。在处理同一点的高程差结果时, 应使用加权平均法确定最终结果。

在网络类型中, 缓和曲线段的平面网络和高程网络没有对称规则性, 这给消除球面空气差的中间方法带来了困难。具体的处理方法预计将在未来进一步研究。

## 参考文献

- [1] 任利敏, 常艳美, 孙德安. 基于单侧水准测量的 CP III 三角高程测量方法研究[J]. 铁道勘察, 2019, 45(3): 42-46.
- [2] 曾稀琪. CP III 三角高程测量精度统计分析[D]. 成都: 西南交通大学, 2021.
- [3] 郭军强. CP III 三角高程测量数据平差定权方法及应用实例[J]. 建筑工程技术与设计, 2016(3): 952.