基于飞行器质心运动模型建立最优供油策略

Optimal fuel supply strategy based on centroid motion model of aircraft

杨梦华

Menghua Yang

青岛理工大学 中国 · 青岛 266000

Qingdao Technological University, Qingdao, 266000, China

摘 要: 随着社会发展, 飞行器作为空中飞行的主要工具逐渐起着至关重要的作用。飞行器一般通过多油箱联合供油满足给定任务需求, 在飞行过程由于受到各油箱内油量分布及供油策略的影响, 飞行器质心发生变化进而影响其稳定性。本文根据飞行器结构特点建立基于质心运动的飞行器最优供油策略模型, 将复杂问题简化并结合实际案例验证模型合理可行性。

Abstract: With the development of society, aircraft as the main means of air flight has gradually played a vital role. During the flight, the mass center of the aircraft changes due to the influence of fuel distribution and fuel supply strategy in each fuel tank, which affects the stability of the aircraft. In this paper, an optimal fuel supply strategy model based on the motion of the center of mass is established according to the structural characteristics of the aircraft.

关键词: 质心运动; 供油策略; SUMT; Matlab; Lingo

Keywords: CENTROID motion; Fuel Supply Strategy; SUMT; Matlab; Lingo

DOI: 10.36012/etr.v2i9.2705

引言

随着我国科学技术飞速发展, 与国家战略利益有着重大关系的空间资源的作用越来越重要, 有关飞行器的深入研究逐渐成为研究者的科研重心。飞行器是指由人类制造、可以飞离地面并由人类控制的一种机械飞行物^[1]。为保证任务顺利完成, 飞行器需要携带多个油箱, 在飞行过程中, 通过多

个油箱联合供油, 满足发动机工作需要, 进而保证飞行任务顺利进行。由于飞行过程中姿态和飞行器结构发生改变, 可能导致飞行器质心发生偏移, 进而影响飞行器行驶稳定性, 因此需要对飞行器质心进一步分析讨论。

1 基于质心运动的飞行器最优供油策略模型

1.1 符号说明

表 1 符号说明

符号	符号说明	符号	符号说明
t	表示时刻, 单位 s	i	表示主供油箱
$A_{it}, B_{jt} \in \{0,1\}$	表示每一时刻各油箱是否供油, 0-1 变量	j	表示次供油箱
$v_{it} \in [0, u_i]$	表示每一时刻各油箱供油速度, 上限为飞机结构给定供油速度上限, 单位 kg/s	$Q_{it} \in [0, Q_{0i}]$	表示每一时刻各个油箱实时油量, 单位
$v_{jt} \in [0, u_j]$		$Q_{jt} \in [0, Q_{0j}]$	
Q_{0i}, Q_{0j}	表示各油箱初始油量, 单位 m^3	XC_t, YC_t, ZC_t	表示每一时刻飞行器质心位置坐标
m_{it}, m_{jt}	表示每一时刻各油箱的实时质量, 单位 kg	M_t	表示每一时刻飞行器的实时质量, 单位

1.2 质心运动模型

(1) 理论前提

1. 油箱内液体运动形态

由流体力学可知, 匀速旋转中的液体其自由表面呈抛物面形状^[2]。若不考虑偏航和滚转即只考虑飞行器平飞或有俯仰倾角时, 可简化飞行器进行具体分析计算。

飞行器质心变化需分析各油箱质心情况, 以油箱为分析对象, 将油箱液体实际分布情况进行简化^[3]具体示意图如下。图中曲线为简化前液面边界, 直线为简化后液面边界, 前后质心位置差别仅在曲线与直线相交处。由于截面上相交部分所占体积与总液体体积相比很小, 可认为对飞行器质心影响很小^[4]。

图1 油箱液体横截面示意图

2. 质点系质心计算公式

坐标平面内存在多个质量分别为 m 的质点, 坐标分别为 (x_i, z_i) , 各质点质量总和为 M ^[5], 则可知质点系质心坐标如下。

$$x_c = \frac{\sum mx_i}{M} \quad (1)$$

(2) 建立油箱质心运动模型

通过质点系质心计算公式对飞行器质心进行分析计算, 建立油箱质心运动模型。

1. 液体自由表面斜率

飞行器飞行过程中有俯仰倾角时, 线段 AB 为油箱内液体截面的截线, 建立液体截面坐标系 XOZ , 设原点在油箱横截面几何中心处, 则油箱内液体自由表面的方程为 $z=kx+b$, 其中 k 为油箱内液体自由表面的斜率, d 为自由表面在 Z 轴上的截距。

2. 液面截线 AB 与油箱内截线的交点坐标

设油箱的长宽高分别为 $2a$ 、 $2b$ 、 $2c$, 液面截线 AB 与油箱内截线的交点坐标分别为 $A(-a, -ak+d)$, $B(a, ak+d)$ 。

3. 油箱质心坐标计算

飞行器在有倾斜角度飞行的过程中, 结合相应计算公式推导出各油箱质心位置^[6]。

液体截面积为 $A=2a \times (b+c)$

液体截面对轴、轴的静矩:

$$S_x = \int_A Z dA = Ax_c, \quad S_z = \int_A X dA = Az_c \quad (2)$$

即得出质心位置公式:

$$x_c = \frac{\frac{1}{3}a^2k^2 + d^2 - b^2}{2(b+c)} + C_1, \quad z_c = \frac{ka^2}{3(b+c)} + C_2 \quad (3)$$

根据飞行器每一时刻数据情况, 可计算各油箱质心位置进而建立油箱质心运动模型:

$$x_c = \frac{2ab}{Q_0 - Q_{损}} \left[\frac{1}{3}a^2k^2 + \left(\frac{Q_0 - Q_{损}}{4ab} \right)^2 - \frac{Q_0 - Q}{2a} \right] + \frac{Q_0}{8ab} - b, \quad z_c = \frac{4a^3kb}{3(Q_0 - Q)} + \frac{Q_0}{8ab} - c \quad (4)$$

1.3 飞行器最优供油策略模型

为了满足飞行任务需求, 建立飞行器最优供油策略模型, 利用罚函数法, 简记为 SUMT, 将非线性规划问题的求解, 转化为求解一系列无约束极值问题。

1. 引入罚函数 (SUMT)

$$\min f(x), \quad s.t. \begin{cases} g_i(x) \leq 0, i=1, 2, \dots, r, \\ h_j(x) \geq 0, j=1, 2, \dots, s, \\ k_m(x) = 0, m=1, 2, \dots, t \end{cases} \quad (5)$$

$$P(x, M) = f(x) + M \sum_{i=1}^r \max(g_i(x), 0) - M \sum_{j=1}^s \min(h_j(x), 0) + M \sum_{m=1}^t |k_m(x)| \quad (6)$$

取一个充分大的数 $M > 0$ 构造函数, 以增广目标函数 $P(x, M)$ 为目标函数的无约束极值问题 $\min P(x, M)$ 的最优解即是原问题的最优解。

2. 满足每一时刻发动机油耗

飞行器在执行任务中, 各油箱联合供油总量应至少满

足发动机对耗油量的需要,若某时刻供油量大于计划耗油量,多余的燃油可通过其它装置排出飞行器,因此每一时刻各油箱的总供油量至少需要满足该时刻发动机油耗量,即满足下列公式。

$$v_{发t} \leq \sum A_{it} v_{it} \quad (7)$$

3. 满足飞行器供油限制

由于受到飞行器结构的限制,一般为至多 2 个主油箱可同时向发动机供油,至多 3 个油箱可同时供油,即需要满足下列公式,具体可根据飞行器情况修改公式。

$$\sum A_{it} \leq 2, \sum (A_{it} + B_{jt}) \leq 3 \quad (8)$$

4. 每一时刻各油箱实时液体体积量

每一时刻各油箱实时液体体积可根据各油箱初始油量,以及自飞行起至该时刻各油箱供出或供入油量分析计算得到,同时根据一般飞行器结构要求可知每个油箱单次供油的持续时间不少于 60 秒,具体计算公式如下,具体可根据飞行器情况修改公式。

$$\begin{aligned} Q_{jt} &= Q_{0i} - \sum B_{jt} v_{jt}, j=1,6; Q_{it} = Q_{0i} - \sum A_{it} v_{it}, \\ i &= 3,4; Q_{it} = Q_{0i} - \sum A_{it} v_{it} + \sum B_{jt} v_{jt}, i=2,5 \end{aligned} \quad (10)$$

5. 欧氏距离目标函数

在满足任务需求的基础上,使得飞行器每一时刻的质心位置 C_t 与理想质心位置 C 的欧氏距离的最大值达到最小。

$$\min \max_t \|\bar{C}_t - \bar{C}\|_2 \quad (9)$$

综上建立飞行器最优供油策略模型如下,具体可根据飞行器情况修改模型。

$$\min \max_t f(x) = \sqrt{(XC_t)^2 + (YC_t)^2 + (ZC_t)^2}, s.t. \begin{cases} v_{发t} \leq \sum A_{it} v_{it} \\ \sum A_{it} \leq 2 \\ \sum (A_{it} + B_{jt}) \leq 3 \\ 0 \leq v_{it} \leq u_{it} \\ 0 \leq v_{jt} \leq u_{jt} \end{cases} \quad (10)$$

2 实例计算分析

2.1 实例假设

各油箱供油持续时间不少于 60 秒。同时主油箱 2、3、4、5 可直接向发动机供油,油箱 1 和油箱 6 作为备份油箱分别为油箱 2 和油箱 5 供油不直接向发动机供油。且受到飞行器结构的限制,至多 2 个油箱可同时向发动机供油,至多 3 个油箱可同时供油。

2.2 问题简述

根据给定任务耗油需求及俯仰角度变化数据,保证飞行器瞬时质心与理想质心欧氏距离最大值最小,合理制定油箱供油策略,结合质心运动模型得出飞行器质心位置,运用 Matlab 软件编写相应程序^[7],绘制飞行器质心变化曲线图及各油箱供油速度曲线。

2.3 问题求解

通过计算符合给定任务下飞行器发动机最低耗油量要求,主油箱总供油量达 9502kg,以飞行器坐标系作为分析坐标,以时间 t 为横坐标,分别以 x 轴、 y 轴、 z 轴质心位置为纵坐标绘制飞行器质心变化曲线,并绘制各油箱供油速度曲线图。

图 2 质心运动曲线图

图3 各油箱供油速度曲线图

x轴方向变化可明显观察质心位置一直处于x轴负方向, 探其原因各油箱装有一定量的初始油量, 飞行器左侧油箱较右侧油箱偏重, 故质心偏向左侧。y轴方向变化可明显观察质心位置相对于0呈对称分布, 探其原因质心位置变化主要受到各油箱供油策略影响。z轴方向变化可明显观察质心位置几乎一直处于z轴正方向, 探其原因各油箱从开始到结束整个飞行过程中各油箱均有油量剩余, 油箱内液体会相对抬高飞行器在z轴方向的质心位置。通过分析质心变化曲线图可知基本不会影响飞行器的稳定性。

3 结论与展望

根据给定任务中飞行器耗油需求结合飞行器结构提出基于质心运动的最优供油策略模型, 使飞行器高效完成任务, 同时满足飞行器实际质心位置与理想质心位置欧式距离达到最小, 并结合实际案例情况进行具体分析, 为飞行器研究做出贡献。

本文在解决问题过程中提出假设, 将实际问题中诸多因素忽略不考虑, 例如只考虑飞行器平飞及俯仰情况忽略飞行过程中旋转偏移等情况, 实际问题将更为复杂。软件编程可融合计算智能理论中遗传算法、蚁群算法和模拟退火思想等, 可提高算法寻优效率并改善寻优性能, 使得模型求解更具有可操作性, 实际意义也会更加明显。

参考文献

[1] 王磊, 何国毅, 王娜, 陈金铭, 阮永井. 高超声速飞行

器的气动力工程计算[J]. 南昌航空大学学报(自然科学版), 2020, 34(01): 1-6.

[2] 司景萍. 液类货物运输中质心位置的计算分析[J]. 内蒙古工业大学学报(自然科学版), 2002(03): 222-226.

[3] Fan, Cao, Xi. Judging of machining feasibility and calculation of midsection for the five-axis milling of shrouded centrifugal impeller[J]. Journal of Industrial and Production Engineering, 2020, 37(7).

[4] Zhibo Shi, Jie Bai, Yong Han. Distribution of ozone and its volatiles in indoor environment: a numerical simulation with CFD for the aircraft cabin[J]. Environmental Technology, 2020, 41(24).

[5] Xinru Yuan, Wen Huang, P.-A. Absil, Kyle A. Gallivan. Computing the matrix geometric mean: Riemannian versus Euclidean conditioning, implementation techniques, and a Riemannian BFGS method[J]. Numerical Linear Algebra with Applications, 2020, 27(5).

[6] Haibo Du, Bo Yu, Jiajia Wei, Jun Zhang, Di Wu, Weiqing Tao. Attitude trajectory planning and attitude control for quadrotor aircraft based on finite-time control technique[J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 386.

[7] 任肖红. 基于MATLAB四轮转向汽车操纵动力学及控制策略研究[D]. 太原理工大学, 2018.